

# 变截面深水钻井隔水管系统涡激振动模型及其解法

厉瞳瞳<sup>1,2</sup>, 梁伟<sup>2</sup>, 安晨<sup>1\*</sup>, 段梦兰<sup>1</sup>

1 中国石油大学(北京)海洋工程研究院, 北京 102249

2 中国石油大学(北京)机械与储运工程学院, 北京 102249

\*通信作者, anchen@cup.edu.cn

收稿日期: 2017-03-17

国家重点研发计划项目(2016YFC0303700)、国家自然科学基金(51509258)和国家科技重大专项(2016ZX05033-004-004) 联合资助

**摘要** 现有深水隔水管涡激振动模型都以等截面圆柱体为假设推导得出, 但是实际隔水管系统的截面随着水深而变化, 因此只有建立隔水管系统水深方向截面变化的涡激振动模型, 才能更加准确地反映隔水管系统的动力特性。本文将涡激振动模型与尾流振子非线性模型结合, 建立了变截面深水钻井隔水管系统涡激振动模型, 并提出一种快速、精确的基于广义积分变换法(GITT)的任意变截面钻井隔水管系统动力学行为的半解析预测方法。文中以3 000 m超深水隔水管系统为例, 验证了新建立模型以及解法的正确性和有效性, 对不同海流速度下的变截面深水钻井隔水管进行时域分析和频域分析。当隔水管系统随水深方向的截面发生变化时, 会造成系统在响应幅值、振动频率以及锁频区域等方面的明显差异。本文研究结果对正确认识和预测深水隔水管系统动力特性, 指导超深水钻井隔水管系统结构设计, 确保深水钻井的安全操作都具有重要的意义。

**关键词** 变截面; 隔水管; 涡激振动; 积分变换; 流固耦合

## 0 引言

隔水管系统是连接海底井口与海上钻井平台的关键部件, 主要功能包括隔绝海水、提供钻井液的循环通道、引导钻具进入海底地层、下放或回收防喷器组等。随着世界油气工业的重心向深水、超深水转移, 隔水管系统已成为深水油气开采的重要钻采装备之一。目前世界深水钻井记录为3 052 m, 该记录由Transocean创造<sup>[1]</sup>。与此同时, 我国油气田开发也已全面向深水以及超深水发展。深海环境复杂多变, 致使隔水管系统面临更为严峻的挑战。在海流、波浪以及平台漂移的作用下, 隔水管由于尾流旋涡释放而产生振动, 进而可能引起结构的疲劳失效。国内外学者针对涡激振动问题已开展了大量的理论、数值以及实验研究<sup>[2-8]</sup>。

针对隔水管的涡激振动问题, Burke<sup>[9]</sup>首先建立

了数学模型对隔水管系统进行静力和动力分析, 研究了海流以及船体运动对隔水管动力行为的影响。Simmonds<sup>[10]</sup>运用有限差分法对隔水管模型进行动力学分析, 结果与API的试验数据较为吻合。Vandiver<sup>[11]</sup>等人针对深水隔水管涡激振动问题开发了SHEAR7半理论涡激振动分析程序, 并得到广泛应用。Irani<sup>[12]</sup>等人将管内流体以附加质量的形式应用到隔水管动力响应分析中, 发现内流的存在将导致结构刚度下降。国内学者也已在隔水管涡激振动响应方面获得较多的研究成果。石晓兵和陈平<sup>[13]</sup>考虑了隔水管小应变大变形的特点, 运用有限元方法分析三维载荷对钻井隔水管动力特性的影响。李军强<sup>[14]</sup>等人考虑了随机波浪力对隔水管动力特性的作用, 同时研究了风速对其横向振动的影响, 发现当风度较大时, 忽略其影响将造成结果的较大误差。唐友刚<sup>[15]</sup>等人开展了深水立管参数-涡

引用格式: 厉瞳瞳, 梁伟, 安晨, 段梦兰. 变截面深水钻井隔水管系统涡激振动模型及其解法. 石油科学通报, 2017, 04: 507-518

LI Tongtong, LIANG Wei, AN Chen, DUAN Menglan. A fluid-structure interaction model of variable cross-section deepwater drilling risers and its solution. Petroleum Science Bulletin, 2017, 04: 507-518. doi: 10.3969/j.issn.2096-1693.2017.04.047

激联合振动试验,分析了立管在涡激振动和平台垂荡共同作用下的动力特性,总结了海流速度、船体运动对隔水管振动幅值以及锁频区域的影响规律。

在工程实际中,由于隔水管顶部需要承受巨大的顶部张紧集中力,同时底部也承受着巨大的海水压力,因而在整个隔水管系统中,顶部和底部隔水管单根往往具有比中间管段更大的壁厚。现有深水隔水管涡激振动模型仅考虑等截面隔水管,而工程实际中隔水管系统的截面并非均匀不变。已有学者意识到,截面变化对隔水管系统动力特性的影响是研究的难点之一,针对这个问题展开的相关研究尚不完善<sup>[16]</sup>。对于变截面梁结构,由于数学上的困难,尚无求得统一解析解的方法,在研究中只能根据具体情况加以求解<sup>[17]</sup>。即使一个变截面结构十分简单,也需要采取一定程度的近似,求解精度不高<sup>[18]</sup>。本文利用广义积分变换法(GITT)求解变截面钻井隔水管涡激振动问题,该方法为一种半数值半解析方法,是解决传热、流体力学问题的经典方法,目前其应用范围已延伸至结构力学<sup>[19-21]</sup>以及流固耦合范畴。文献<sup>[22-26]</sup>采用GITT法分别针对单向流海底管道悬跨段及海洋立管、气液两相流输运管道及气液混输管道流固耦合和涡激振动问题展开研究,但仅考虑了等截面管道。该方法的最大优势是自动控制全局误差,通过积分变换,可以将高阶偏微分方程变换为低阶常微分方程组,计算准确、快速。本文结合尾流振子模型<sup>[27]</sup>,建立了变截面深水钻井隔水管系统涡激振动模型,提出了基于GITT的变截面钻井隔水管系统动力行为的预测方法,该模型适用于任意变截面深水钻井隔水管系统。本文以Cameron公司3 000 m超深水隔水管系统为例,讨论了变截面深水钻井隔水管在不同海流速度下的动力特性。

## 1 变截面深水钻井隔水管系统涡激振动模型

深水钻井隔水管是一种大长径比的圆柱体,其长径比一般都在5 000:1以上,是典型的细长管结构。设坐标原点位于隔水管底端,对于长度为 $L$ 、轴线和横向振动方向分别为 $x$ 和 $z$ 方向的等截面隔水管,其在涡激振动作用下的横向运动方程为:

$$\begin{cases} EI \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + [(L-x)(m_r + m_i - \rho_e A_e)g - T] \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \\ C \frac{\partial z}{\partial t} + M \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \frac{\rho_e V^2 D C_{L0}}{4} q \\ \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \varepsilon \omega_f (q^2 - 1) \frac{\partial q}{\partial t} + \omega_f^2 q = \frac{\alpha}{D} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \end{cases} \quad (1)$$

该模型采用van der Pol非线性振子方程描述横流向旋涡的脱落特性,根据Facchinetti关于尾流振子耦合项的讨论,当耦合项为加速度时,计算结果与实验结果更为吻合<sup>[27]</sup>。同时,该模型忽略剪切流和波浪的作用,假设外流速度恒定,内流流速为零,不计内压。

式中 $z$ 为结构的横向位移,  $m$ , 它是轴向坐标 $x$ 和时间 $t$ 的函数;  $x$ 为结构的轴向坐标,  $m$ ;  $t$ 为时间,  $s$ ;  $EI$ 为抗弯刚度,  $Nm^2$ ;  $T$ 为顶张力,  $N$ ;  $A_e$ 为外截面积,  $m^2$ ;  $D$ 为管道外径,  $m$ ;  $C$ 为结构阻尼 $r_s$ 和流体附加阻尼 $r_f$ 之和,  $N/(m^2/s)$ ;  $M$ 为单位长度隔水管及内含液体质量 $m_r + m_i$ 与外流附加质量 $m_e$ 之和,  $kg/m$ ;  $V$ 为外流流速,  $m/s$ ;  $\rho_e$ 为海水密度,  $kg/m^3$ ;  $q$ 为约化振子函数;  $C_{L0}$ 为固定管道绕流时的升力系数;  $\alpha$ 和 $\varepsilon$ 分别为尾流振子模型中的流体参数(均可通过实验获得<sup>[27]</sup>);  $\omega_f$ 为涡脱频率(也称Strouhal频率),  $rad/s$ 。 $m_e$ 、 $\omega_f$ 、 $r_s$ 和 $r_f$ 可分别通过以下函数获得:

$$m_e = \frac{C_M \pi \rho_e D^2}{4}, \text{ 其中 } C_M \text{ 为附加质量系数;}$$

$\omega_f = 2\pi St V / D$ , 其中 $St$ 为Strouhal数(亚临界区内取值为0.2);

$r_s = 2M\omega_s \xi$ , 其中 $\omega_s$ 为两端简支隔水管固有角频率,  $\xi$ 是结构阻尼系数;

$$r_f = \Upsilon \omega_f \rho_e D^2, \text{ 其中 } \Upsilon = \frac{C_D}{4\pi St} \text{ 表示外流附加阻尼系}$$

数,  $C_D$ 为拖曳力系数。

对于变截面深水钻井隔水管(如图1所示),由于 $D$ 、 $EI$ 、 $M$ 、 $\omega_f$ 均为水深方向的变量,因此,在式(1)的基础上得到变截面深水钻井隔水管涡激振动控制方程如下:

$$\begin{cases} EI(x) \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + \{(L-x)[m_r(x) - \rho_e A_e]g - T\} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \\ C(x) \frac{\partial z}{\partial t} + M(x) \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \frac{\rho_e V^2 D(x) C_{L0}}{4} q \\ \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \varepsilon \omega_f(x)(q^2 - 1) \frac{\partial q}{\partial t} + \omega_f(x)^2 q \\ = \frac{\alpha}{D(x)} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \end{cases} \quad (2)$$

设隔水管上、下两端边界条件为简支,故其边界条件表达式如下:

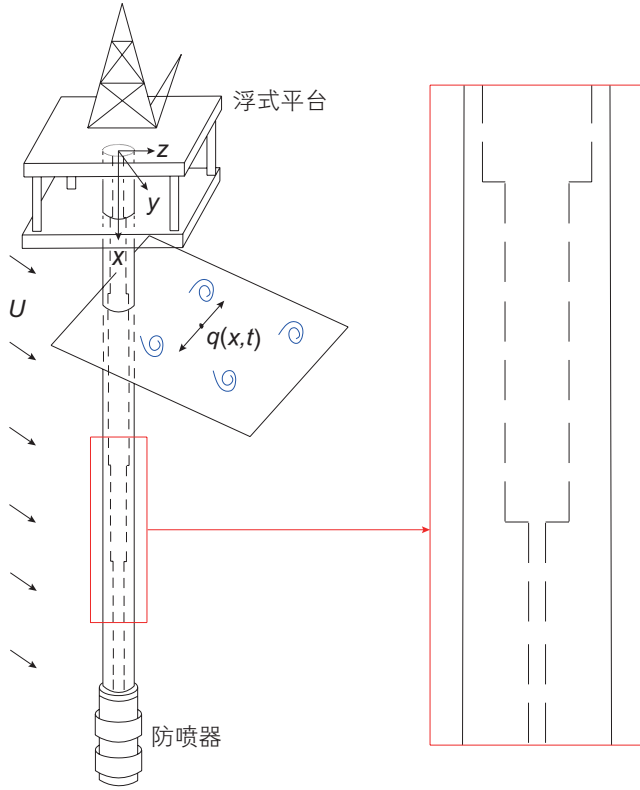


图1 深水钻井隔水管涡激振动示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the VIV model for the deepwater drilling riser

$$\begin{aligned}
 z(0,t) = 0, \quad \frac{\partial^2 z(0,t)}{\partial x^2} = 0 \\
 z(L,t) = 0, \quad \frac{\partial^2 z(L,t)}{\partial x^2} = 0 \\
 q(0,t) = 0, \quad \frac{\partial^2 q(0,t)}{\partial x^2} = 0 \\
 q(L,t) = 0, \quad \frac{\partial^2 q(L,t)}{\partial x^2} = 0
 \end{aligned} \quad (3)$$

对式(2)进行无量纲化,引入以下无量纲参数:

$$\begin{aligned}
 x^* = \frac{x}{L}, \quad z^* = \frac{z}{D_m} \\
 t^* = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI_m}{m_{tm}}}, \quad V^* = VL \sqrt{\frac{m_{tm}}{EI_m}} \\
 \omega_f(x)^* = \omega_f(x)L^2 \sqrt{\frac{m_{tm}}{EI_m}}
 \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $D_m$ 是隔水管中点截面外径,  $m^2$ ;  $I_m$ 是隔水管中点截面惯性矩,  $m^4$ ;  $m_{tm}$ 是隔水管中点截面单位质量,  $kg/m$ 。

为书写方便,省略无量纲化后方程中的\*号,并整理得:

$$\begin{cases}
 \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + \left\{ \frac{(L-Lx)[m_r(x) - \rho_c A_c]gL^2}{EI(x)} - \frac{TL^2}{EI(x)} \right\} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \\
 \frac{C(x)L^2}{EI(x)} \sqrt{\frac{EI_m}{m_{tm}}} \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{M(x)EI_m}{m_{tm}EI(x)} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \beta q \\
 \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \varepsilon \omega_f(x)(q^2 - 1) \frac{\partial q}{\partial t} + \omega_f(x)^2 q \\
 = \alpha \frac{D_m}{D(x)} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}
 \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{式中, } \beta = \frac{\rho_c V^2 C_{L0} L^2 D(x) EI_m}{4m_r(x) D_m EI(x)}.$$

根据文献<sup>[28]</sup>,在 $t=0$ 时刻向系统输入振幅为 $10^{-3}$ 数量级的初始扰动:

$$\begin{aligned}
 z(x,0) = 0, \quad \frac{\partial z(x,0)}{\partial t} = 0 \\
 q(x,0) = O(10^{-3}), \quad \frac{\partial q(x,0)}{\partial t} = 0.
 \end{aligned} \quad (6)$$

## 2 模型的积分变换解法

根据广义积分变换法求解偏微分方程的思想,首先需要根据边界条件确定方程(5)的特征值问题。两端简支钻井隔水管的涡激振动位移和尾流振子方程的特征值问题分别为式(7a)和(7b):

$$\frac{d^4 X_i(x)}{dx^4} = \phi_i^4 X_i(x), \quad 0 < x < 1 \quad (7a)$$

$$\frac{d^4 Y_k(x)}{dx^4} = \psi_k^4 Y_k(x), \quad 0 < x < 1 \quad (7b)$$

相应的两端简支边界条件表达式为:

$$X_i(0) = 0, \quad \frac{d^2 X_i(0)}{dx^2} = 0 \quad (8a)$$

$$X_i(1) = 0, \quad \frac{d^2 X_i(1)}{dx^2} = 0$$

$$Y_k(0) = 0, \quad \frac{d^2 Y_k(0)}{dx^2} = 0 \quad (8b)$$

$$Y_k(1) = 0, \quad \frac{d^2 Y_k(1)}{dx^2} = 0$$

式中,  $X_i(x)$ 和 $Y_k(x)$ 分别为(7a)和(7b)的特征方程,而 $\phi_i$ 和 $\psi_k$ 分别为对应的特征值,并且满足以下正交性:

$$\int_0^1 X_i(x) X_j(x) dx = \delta_{ij} N_i \quad (9a)$$

$$\int_0^1 Y_k(x) Y_l(x) dx = \delta_{kl} N_k \quad (9b)$$

$\delta_{ij}$  和  $\delta_{kl}$  为克罗内克函数,  $i \neq j$  或  $k \neq l$ , 其值为 0, 相反, 若  $i = j$  或  $k = l$ , 其值为 1。于是, 归一化积分分别为:

$$N_i = \int_0^1 X_i^2(x) dx \tag{10a}$$

$$N_k = \int_0^1 Y_k^2(x) dx \tag{10a}$$

将边界条件表达式代入特征值问题中, 解得 (7a) 和 (7b) 的特征方程表达式分别为:

$$X_i(x) = \sin(\phi_i x) \tag{11a}$$

$$Y_k(x) = \sin(\psi_k x) \tag{11b}$$

特征值的解为:

$$\phi_i = i\pi, 1, 2, 3 \dots \tag{12a}$$

$$\psi_k = k\pi, 1, 2, 3 \dots \tag{12b}$$

因此,  $N_i$  和  $N_k$  的值分别为:

$$N_i = \frac{1}{2}, 1, 2, 3 \dots \tag{13a}$$

$$N_k = \frac{1}{2}, 1, 2, 3 \dots \tag{13b}$$

特征函数的特征向量为:

$$\tilde{X}_i(x) = \frac{X_i(x)}{N_i^{1/2}} \tag{14a}$$

$$\tilde{Y}_k(x) = \frac{Y_k(x)}{N_k^{1/2}} \tag{14b}$$

根据 GITT 法的思路, 需引入一组积分变换方程, 即归一化特征函数的积分变换方程与逆变换方程。对于隔水管横向振动位移  $z(x, t)$  和尾流振子  $q(x, t)$ , 积分变换方程分别见式 (15a、15b) 和 (16a、16b):

$$\bar{z}_i(t) = \int_0^1 \tilde{X}_i(x) z(x, t) dx \text{——积分变换过程} \tag{15a}$$

$$z(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{X}_i(x) \bar{z}_i(t) \text{——逆变换过程} \tag{15b}$$

$$\bar{q}_k(t) = \int_0^1 \tilde{Y}_k(x) q(x, t) dx \text{——积分变换过程} \tag{16a}$$

$$q(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{Y}_k(x) \bar{q}_k(t) \text{——逆变换过程。} \tag{16b}$$

根据式 (15a) 和 (16a) 的积分变换法则, 并通过积分算子  $\int_0^1 \tilde{X}_i(x) dx$  和  $\int_0^1 \tilde{Y}_k(x) dx$  对式 (5) 及其初始条件进行积分变换, 同时依据 (15b) 和 (16b) 逆变换过程, 整理得:

$$\begin{cases} \phi_i^4 \bar{z}_i(t) + \sum_{j=1}^{\infty} A_{ij} \bar{z}_j(t) + \sum_{j=1}^{\infty} B_{ij} \frac{d\bar{z}_j(t)}{dt} + \sum_{j=1}^{\infty} C_{ij} \frac{d^2\bar{z}_j(t)}{dt^2} = \sum_{k=1}^{\infty} D_{ik} \bar{q}_k(t) \\ \frac{d^2\bar{q}_k(t)}{dt^2} + \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} E_{klrs} \bar{q}_l(t) \bar{q}_r(t) \frac{d\bar{q}_s(t)}{dt} - \sum_{s=1}^{\infty} F_{ks} \frac{d\bar{q}_s(t)}{dt} + \sum_{l=1}^{\infty} G_{kl} \bar{q}_l(t) = \sum_{i=1}^{\infty} H_{ki} \frac{d^2\bar{z}_i(t)}{dt^2} \end{cases} \tag{17a}$$

式中, 各系数表达如下:

$$A_{ij} = \int_0^1 \left\{ \frac{(L-Lx)[M(x) - \rho_e A_e] g L^2}{EI(x)} - \frac{TL^2}{EI(x)} \right\} \tilde{X}_i(x) \frac{d^2\tilde{X}_j(x)}{dx^2} dx$$

$$B_{ij} = \int_0^1 \frac{C(x)L^2}{EI(x)} \sqrt{EI_m} \tilde{X}_i(x) \tilde{X}_j(x) dx$$

$$C_{ij} = \int_0^1 \frac{M(x)EI_m}{m_m EI(x)} \tilde{X}_i(x) \tilde{X}_j(x) dx$$

$$D_{ik} = \int_0^1 \beta \tilde{X}_i(x) \tilde{Y}_k(x) dx \tag{17b}$$

$$E_{klrs} = \int_0^1 \varepsilon \omega_r(x) \tilde{Y}_k(x) \tilde{Y}_l(x) \tilde{Y}_r(x) \tilde{Y}_s(x) dx$$

$$F_{ks} = \int_0^1 \varepsilon \omega_r(x) \tilde{Y}_k(x) \tilde{Y}_s(x) dx$$

$$G_{kl} = \int_0^1 \omega_r(x)^2 \tilde{Y}_k(x) \tilde{Y}_l(x) dx$$

$$H_{ki} = \int_0^1 \alpha \frac{D_m}{D(x)} \tilde{Y}_k(x) \tilde{X}_i(x) dx$$

积分变换后的初始条件为:

$$\bar{z}_i(0) = 0, \frac{d\bar{z}_i(0)}{dt} = 0 \tag{18}$$

$$\bar{q}_k(0) = \int_0^1 \tilde{Y}_k(x) q(x, 0) dx, \frac{d\bar{q}_k(0)}{dt} = 0.$$

可以看出, 通过积分变换, 原四阶偏微分控制方程组转化为仅关于时间  $t$  的二阶常微分方程组。根据计算精度需要设定式 (15b) 和 (16b) 中的展开项数目 ( $N$  项), 求得方程 (17a 和 17b) 中  $\bar{z}_i(t)$  和  $\bar{q}_k(t)$  的解后, 再次利用式 (15b) 和 (16b), 最终得到  $z(x, t)$  和  $q(x, t)$  的半解析解。

### 3 模型及解法的验证

为验证模型及其解法的正确性, 采用 Song<sup>[29]</sup> 等人文章中等截面模型管线参数, 如表 1 所示。利用 Mathematica 完成程序编制和计算, 利用 NDSolve 函数

求解积分变换后的常微分方程组 (17)。文献<sup>[30-31]</sup>详细讨论了有关GITT法的收敛性分析,证明即使展开项 $N$ 取值很小,结果也可以表现出很好的收敛性。因此本文不再对收敛性进行讨论,以下所有计算中,展开项 $N=12$ 。

其他流体参数取值分别为: $St=0.17$ ,  $C_M=1.0$ ,  $C_D=1.2$ ,  $C_{L0}=0.3$ ,  $\alpha=36$ ,  $\varepsilon=0.3$ 。

图2为模型管线均方根位移分布图,GITT法的结果与文献<sup>[29]</sup>中实验结果吻合较好,但由于数学模型中选取的流体参数为经验值,使得GITT法的计算结果略大于实验结果,且最大相对误差小于3.5%(见表2)。

## 4 算例与讨论

隔水管和外部海流的基本参数见表3,变截面钻井隔水管几何参数参考Cameron公司10 000ft超深水隔水管系统,如表4所示。根据配置情况,整个隔水管系统总长3 026.66 m(9 930 ft),外径均为0.546 1 m(21.5 in),根据内径的不同配置,将隔水管由下而上分为5段:第1段长269.748 m(885 ft),内径0.518 m(20.375 in);第2段长463.296 m(1 520 ft),内径0.521 m(20.5 in);第3段长926.592 m(3 040 ft),内径0.524 m(20.625 in);第4段长1 072.896 m(3 520 ft),内径0.521 m(20.5 in);第5段长294.132 m(965 ft),内径0.518 m(20.375 in)。

### 4.1 时域分析

为更好地讨论变截面隔水管的振动特性,引入约化速度的概念,约化速度为圆柱在一个振动周期内的运动尺度 $\lambda$ 与圆柱特征长度的比值:

表1 Song<sup>[29]</sup> 涡激振动实验数据

Table 1 Parameters of the VIV test from Song<sup>[29]</sup>

参数	单位	数值
模型管线密度 $m_r$	kg/m	1 768
模型管外径 $D$	m	0.03
模型管内径 $d$	m	0.027
管长	m	7.9
弹性模量 $E$	Pa	$1.08 \times 10^{11}$
平均张力 $T_{\text{mean}}$	N	2 943
结构阻尼系数 $\xi$		0.003
外流密度 $\rho_e$	kg/m <sup>3</sup>	1 000
外流流速 $V$	m/s	0.4

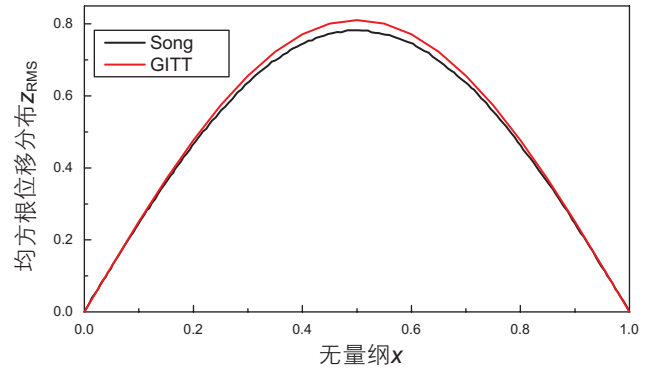


图2 均方根位移分布

Fig. 2 Distribution of RMS displacement-to-diameter ratio

表2 均方根位移结果对比

Table 2 Comparison of the RMS displacement

$x$	GITT法计算结果	Song实验结果
0.1	0.251 0	0.250 2
0.2	0.477 1	0.462 9
0.3	0.656 3	0.640 6
0.4	0.771 3	0.747 3
0.5	0.810 9	0.782 2
0.6	0.771 3	0.744 8
0.7	0.656 3	0.636 2
0.8	0.477 1	0.462 2
0.9	0.251 0	0.245 7

表3 深水钻井隔水管及海流基本参数<sup>[1]</sup>

Table 3 Physical properties of the deepwater drilling riser and external current<sup>[1]</sup>

参数	单位	数值
隔水管密度 $\rho_r$	kg/m <sup>3</sup>	8 200
弹性模量 $E$	Pa	$2.0 \times 10^{11}$
顶张力 $T$	kN	6 000
结构阻尼系数 $\xi$		0.005
海水密度 $\rho_e$	kg/m <sup>3</sup>	1 025
钻井液密度 $\rho_i$	kg/m <sup>3</sup>	1 200
$St$		0.17
$C_D$		1.2
$C_M$		1
$C_{L0}$		0.3
$\alpha$		12
$\varepsilon$		0.3

$$V_r = \frac{\lambda}{D} = \frac{U}{f_s D} \quad (20)$$

其中,  $f_s$  为圆柱一阶固有频率(Hz)。

对于等截面隔水管系统, 其一阶固有频率可通过式(21)计算:

$$f_s = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T_a}{M} + \frac{EI\pi^2}{ML^2}} \quad (21)$$

通过计算, 与算例中变截面隔水管长度相等, 且横截面与变截面隔水管系统第三段相同的等截面隔水

管的一阶固有频率  $f_{s\text{-middle}}$  为 0.015 858 Hz。为便于对比变截面隔水管与等截面隔水管在相同外流速度下的振动特性, 计算约化速度时, 选取  $f_{s\text{-middle}}$  的值处理。

图3为变截面隔水管与等截面隔水管(截面与变截面系统第三段相同)在不同约化速度下的响应幅值。可以看出, 等截面隔水管系统在约化速度为6时, 振幅达到最大值; 而变截面隔水管系统在约化速度为5时, 振幅达到最大值。这是由于变截面隔水管系统与等截面隔水管系统固有频率的差异, 导致系统发生锁频现象的外流流速范围发生变化, 造成涡激振动锁频

表4 Cameron公司10 000ft超深水钻井隔水管系统配置

Table 4 Configuration of the 10 000ft ultra-deepwater drilling riser system by Cameron

系统部件	数量	长度/m	外径/m	壁厚/m	高度/m
短节	1	22.86	0.546 1	0.028 6	3 020.57
单根类型 6	11	24.38	0.546 1	0.028 6	2 752.34
填充阀	1	3.05	0.546 1	0.028 6	2 749.30
单根类型 5	25	24.38	0.546 1	0.025 4	2 139.70
单根类型 4	19	24.38	0.546 1	0.025 4	1 676.40
单根类型 3	19	24.38	0.546 1	0.022 2	1 213.10
单根类型 2	19	24.38	0.546 1	0.022 2	749.81
单根类型 1	19	24.38	0.546 1	0.025 4	286.51
裸单根	10	24.38	0.546 1	0.028 6	42.67
结束单根	1	24.38	0.546 1	0.028 6	18.29
终端短节	1	1.52	0.546 1	0.028 6	16.76

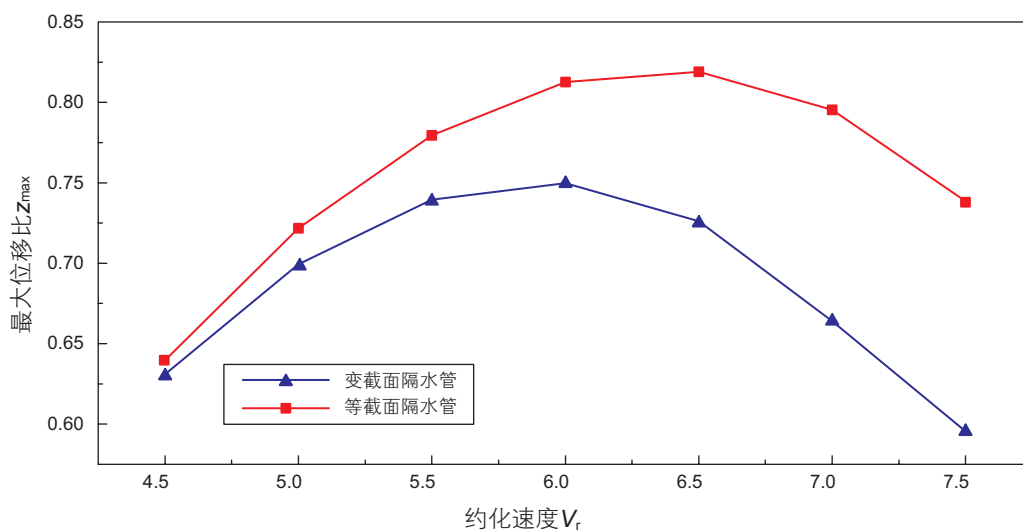


图3 隔水管最大振幅随约化速度变化关系图

Fig. 3 Relation between the maximum deflection and the reduced velocity  $V_r$

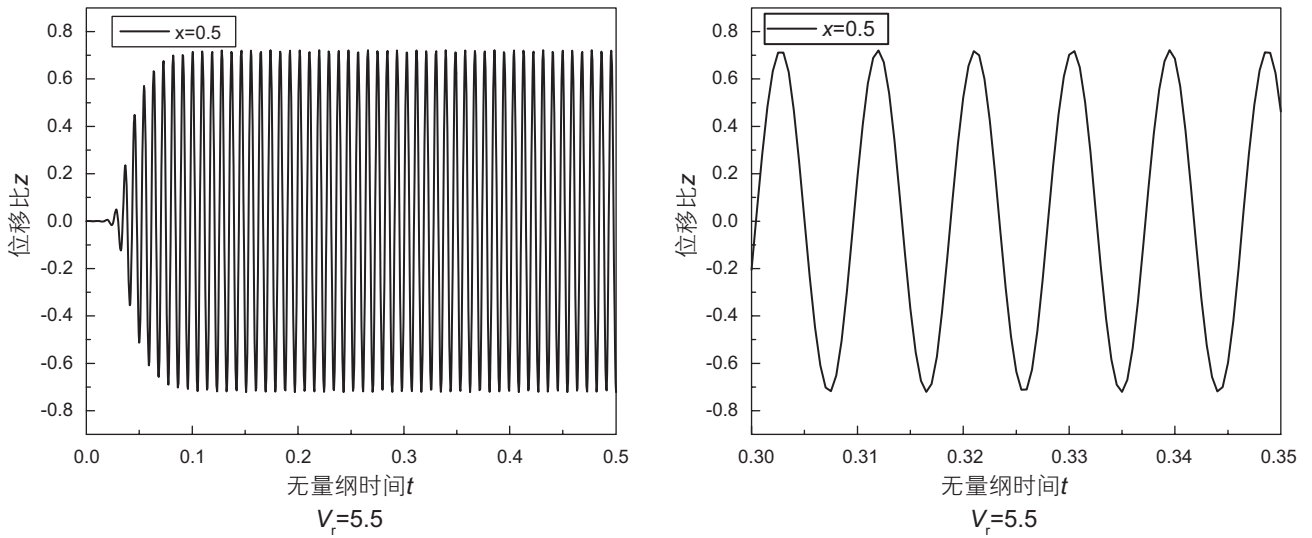


图4 变截面隔水管中点位移时程曲线

Fig. 4 Time history of the displacement of the varying cross-section drilling riser mid-point

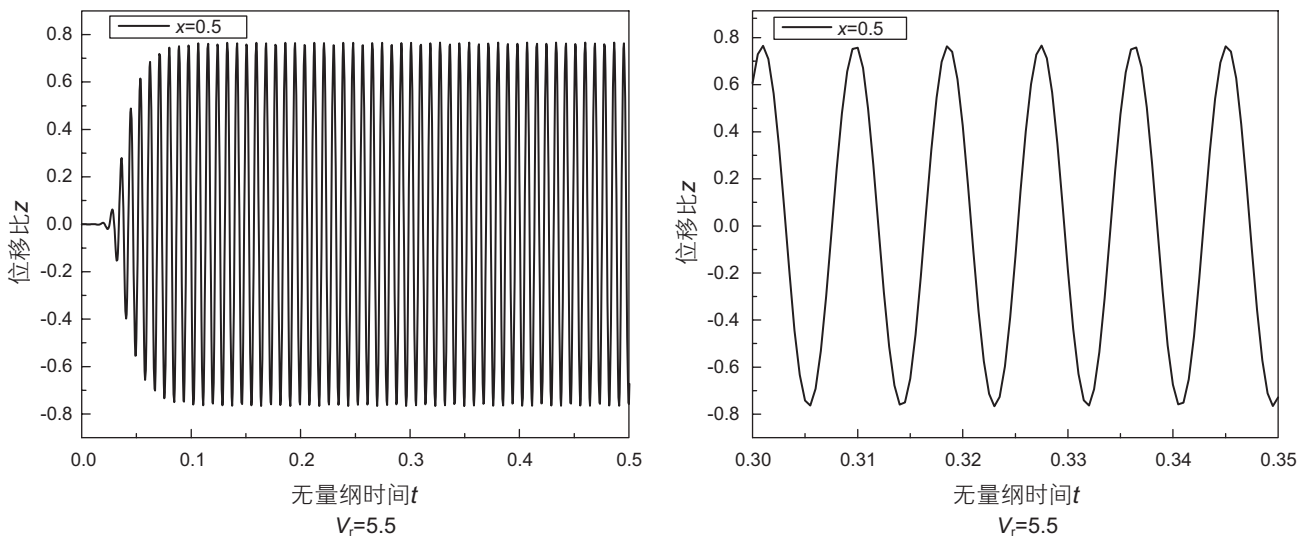


图5 等截面隔水管中点位移时程曲线

Fig. 5 Time history of the displacement of the uniform cross-section drilling riser mid-point

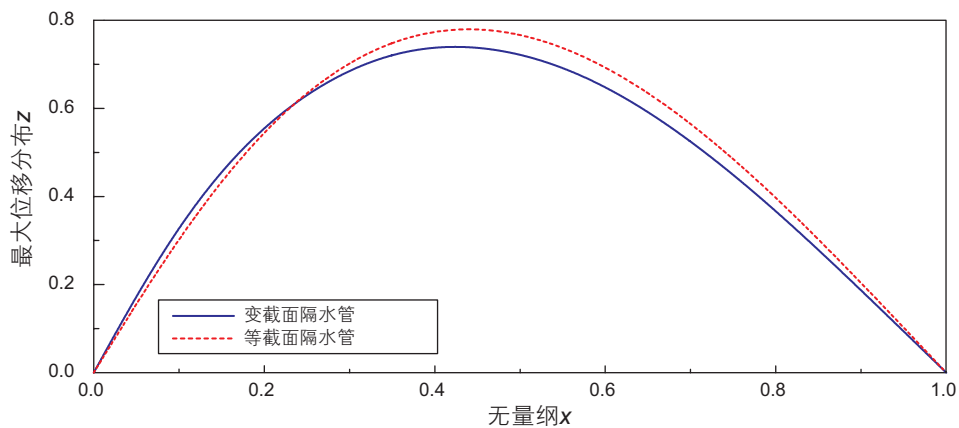


图6 最大位移分布

Fig. 6 Distribution of the maximum displacement-to-diameter ratio

区域发生偏移。

图4和图5分别为变截面隔水管系统和等截面隔水管系统中点( $x = 0.5$ )在约化速度 $V_r = 5.5$ 时的位移时程曲线。图6为隔水管系统的最大位移分布图。通过计算可知,变截面隔水管系统与等截面隔水管系统在振动幅值上有所不同,同时,算例中变截面隔水管系统的最大振幅出现在 $x = 0.42$ 处,而等截面隔水管系统的最大振幅出现在 $x = 0.44$ 处。

图7计算了在约化速度为4.5~10.5时,变截面隔水管系统的三维振型图。可以看出,当约化速度 $V_r$ 小于7.5时,变截面隔水管系统以一阶模态振动;当约化速度 $V_r$ 达到7.5时,变截面隔水管系统开始以二阶模态振动;随着约化速度 $V_r$ 的进一步增加,达到10.5时,变截面隔水管系统开始以三阶模态振动。

## 4.2 频域分析

通过隔水管系统稳定振动后的时程曲线的结果进行快速傅里叶变换(FFT),获得相应的隔水管涡激振动响应频谱图。图8(a)和(b)分别为变截面隔水管中点和等截面隔水管中点在 $V_r = 4.5$ ,  $V_r = 5.5$ ,  $V_r = 6.5$ ,  $V_r = 7.5$ 共4种约化速度下的响应频谱图。图9为隔水管系统振动频率与Strouhal涡脱频率的关系图。通过分析可以看出,Strouhal频率随外流流速的增加而线性增加。在约化速度为4.5~7.5时,等截面隔水管系统振动频率与Strouhal涡脱频率的变化趋势基本保持一致,而算例中变截面隔水管在约化速度为6.5~7.5时发生振动频率的突变,说明在该算例中,变截面隔水管系统的锁频现象发生在更小的外流流速范围内,且更易发生更高阶的振动。这与时域分析中图3的结果一致。

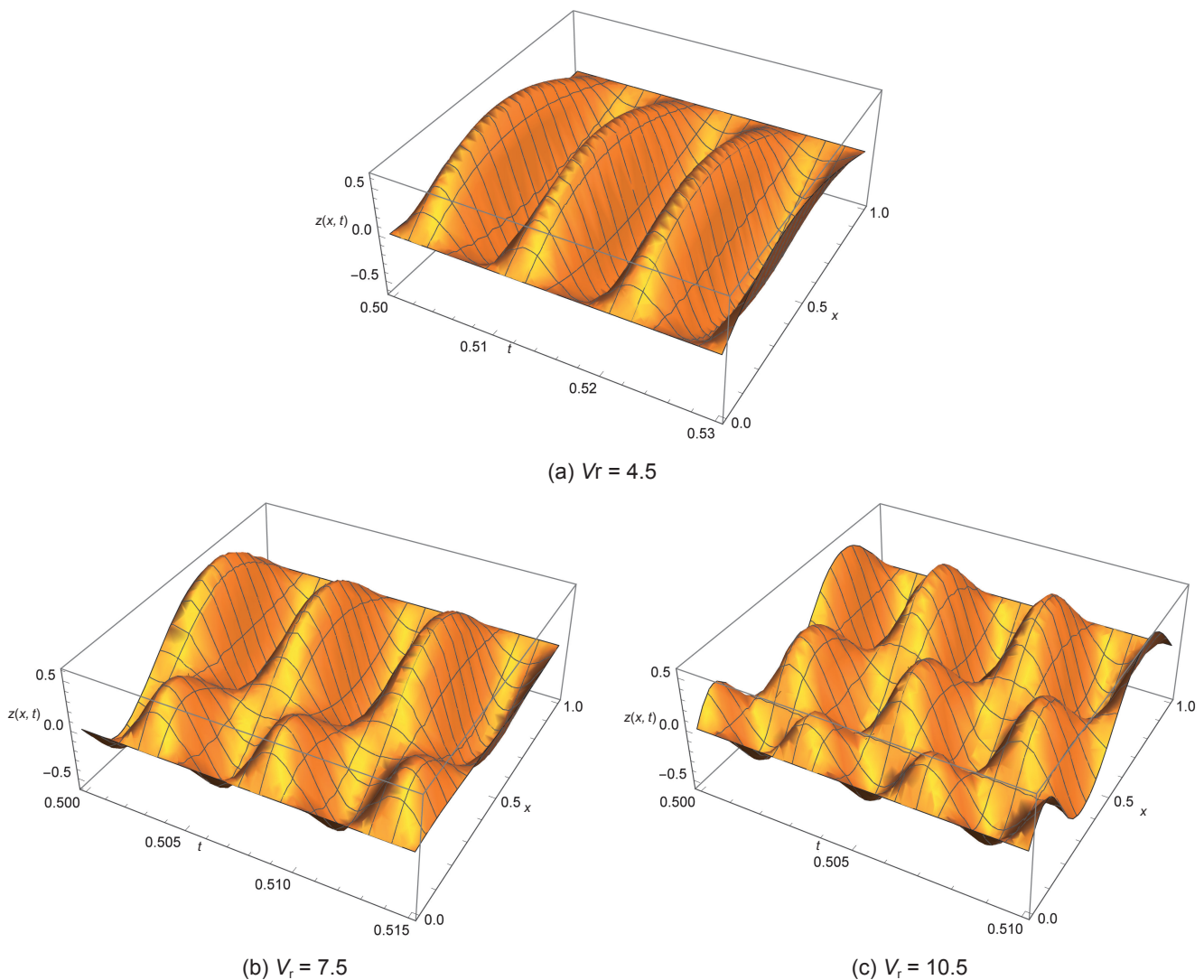


图7 变截面隔水管三维振动图型

Fig. 7 GITT solutions of dimensionless displacement  $z(x, t)$  in 3-D



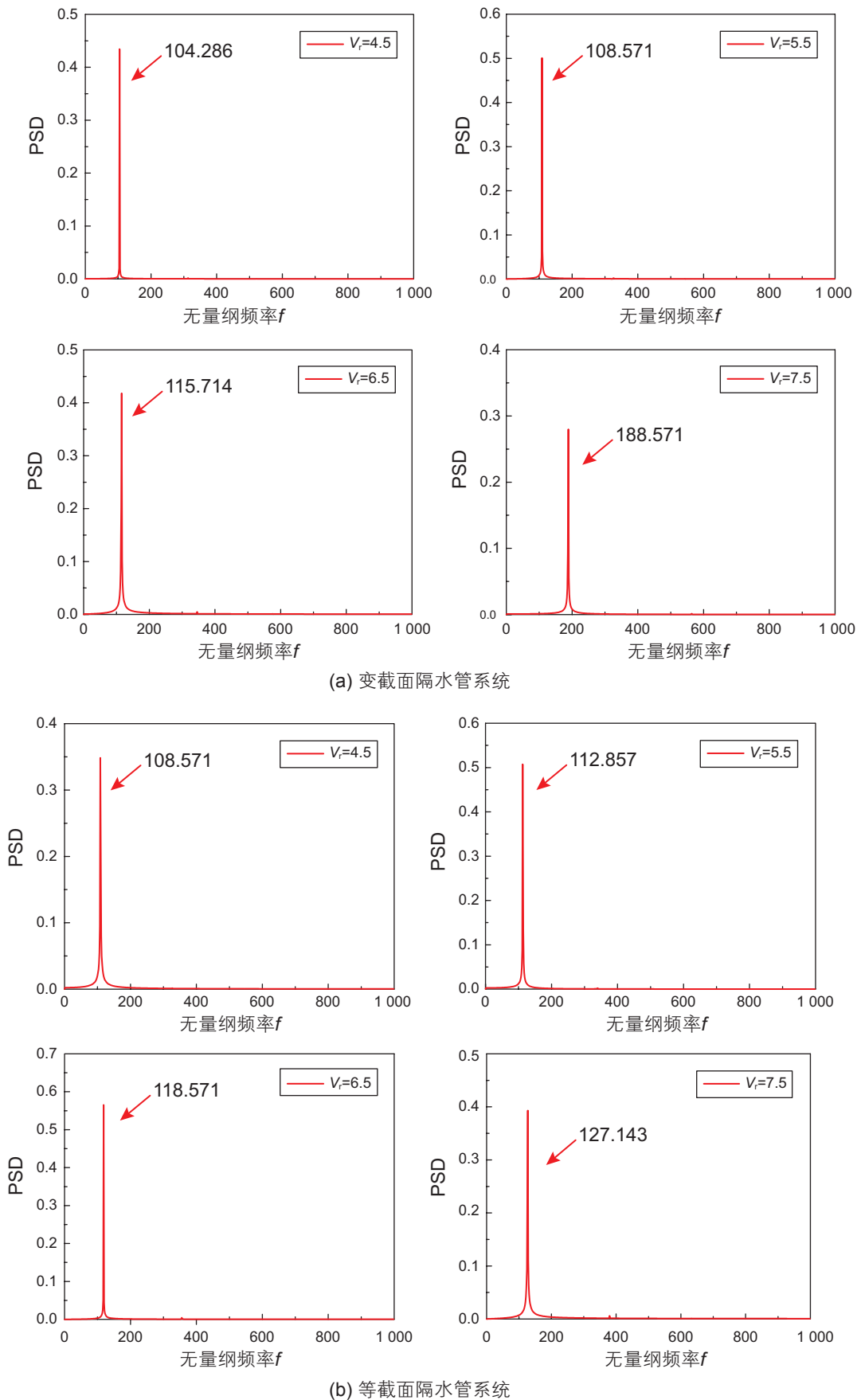


图 8 隔水管系统涡激振动响应频谱

Fig. 8 Spectral analysis of the drilling riser

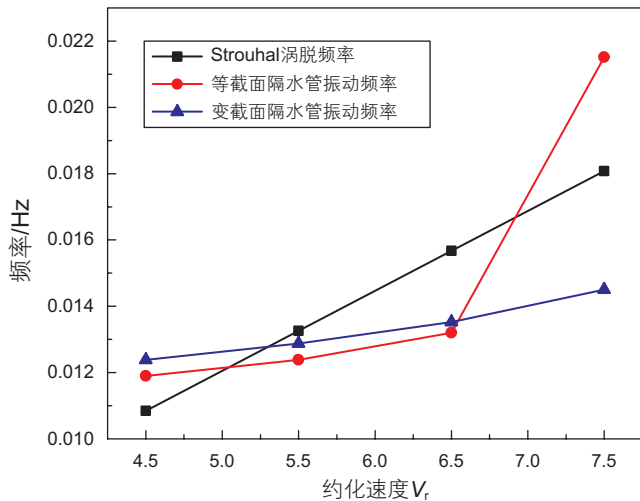


图9 Strouhal涡脱频率和振动频率关系图

Fig. 9 Relation between vortex-shedding frequency and vibration frequency

## 5 结论

本文建立了水深方向变截面深水钻井隔水管系统涡激振动模型,提出基于广义积分变换法(GITT)的任意变截面钻井隔水管系统动力行为预测方法。对变截面隔水管系统进行时域及频域分析,并通过与等截面隔水管系统动力特性做比较,发现变截面隔水管系统

在响应幅值、振动频率以及锁频区域等方面均与等截面隔水管系统具有较明显的差异。提出的变截面深水钻井隔水管系统涡激振动模型,适用于任意变截面隔水管系统,能够更加准确、合理地预测隔水管系统的动力行为,对隔水管系统设计、疲劳寿命分析以及深水钻井安全操作具有一定的理论价值和工程指导意义。本文的主要结论总结如下:

(1)基于GITT的变截面隔水管系统动力行为预测方法,将偏微分控制方程组转换为以基函数为解的特征方程和常微分方程,可以得到任意变截面钻井隔水管系统动力特性的半解析解,且在计算精度和计算效率上有较强的优势。

(2)隔水管系统在水深方向的截面变化,使得系统的响应幅值以及出现最大变形的位臵发生变化。本文所建立的数学模型及其解法可以准确地预测隔水管系统的变形情况,是正确预测结构疲劳寿命以及损伤位臵的重要保障。

(3)时域分析与频域分析的结果表明,隔水管系统在水深方向的截面变化,会造成锁频区域发生偏移,在分析隔水管系统的动力行为时,单纯地将其视作等截面结构,会造成结构的明显误差。只有充分考虑隔水管系统的截面变化,才能正确预测结构的动力学特性,进而指导、优化隔水管系统设计,确保系统在服役期间的安全运行。

## 参考文献

- [1] 畅元江. 深水钻井隔水管设计方法及其应用研究[D]. 东营: 中国石油大学(华东), 2008. [CHANG Y J. Design approach and its application for deepwater drilling risers[D]. Dongying: China University of Petroleum (East China), 2008.]
- [2] VIKESTAD K, VANDIVER J K, LARSEN C M. Added mass and oscillation frequency for a circular cylinder subjected to vortex-induced vibrations and external disturbance[J]. Journal of Fluids and Structures, 2000, 14(7): 1 071-1 088.
- [3] LOU M, DING J, GUO H, et al. Effect of internal flow on vortex-induced vibration of submarine free spanning pipelines[J]. China Ocean Engineering, 2005, 19: 147-154.
- [4] GUO H Y, LOU M, DONG X L. Experimental study on vortex-induced vibration of risers transporting fluid[J]. Physiological Measurement, 2006, 22(3): 523-534.
- [5] 唐国强, 吕林, 滕斌, 等. 基于光纤光栅传感器的细长柔性立管涡激振动响应实验[J]. 中国海上油气, 2010, 22(5): 338-343. [TANG G Q, LV L, TENG B, et al. Application of the fiber bragg grating sensors in laboratory tests of the vortex-induced vibration of a long flexible riser[J]. China Offshore Oil and Gas, 2010, 22(5): 338-343.]
- [6] SARPKEYA T. A critical review of the intrinsic nature of vortex-induced vibrations[J]. Journal of Fluids and Structures, 2004, 19(4): 389-447.
- [7] KAEWUNRUEN S, CHIRAVATCHRADEJ J, CHUCHEEPSAKUL S. Nonlinear free vibrations of marine risers/pipes transporting fluid[J]. Ocean Engineering, 2005, 32(3-4): 417-440.
- [8] GU J J, VITOLA M, COELHO J, et al. An experimental investigation by towing tank on VIV of a long flexible cylinder for deepwater riser application[J]. Journal of Marine Science and Technology, 2013, 18: 358-369.
- [9] BURKE B G. An analysis of marine risers for deep water[J]. Journal of Petroleum and Engineering, 1974. 26(4): 455-465.
- [10] SIMMONDS D G. Dynamic analysis of the marine riser[J]. SPE 9 735, 1980.
- [11] VANDIVER J K. Shear7 V4.3 program theoretical manual[M]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 2003.

- [12] IRANI M B, MODI V J, WELT F. Riser dynamics with internal flow and nutation damping[C]. Proceedings of the Sixth International Offshore Mechanics and Arctic Engineering Conference, OMAE1987-51 632, Huston, 1987, 3: 119-125.
- [13] 石晓兵, 陈平. 三维载荷对海洋深水钻井隔水管强度的影响分析[J]. 天然气工业, 2004, 24(12): 86-88. [SHI X B, CHEN P. Influence of 3-D loads on strength of marine riser for off-shore deep drilling[J]. Natural Gas Industry, 2004, 24(12): 86-88.]
- [14] 李军强, 刘宏昭, 何钦象, 等. 波浪力作用下海洋钻井隔水管随机振动研究[J]. 机械科学与技术, 2004, 23(1):7-10. [LI J Q, LIU H Z, HE Q X, et al. On random vibration of riser system in marine drilling subjected to wave force[J]. Mechanical Science And Technology, 2004, 23(1): 7-10.]
- [15] 唐友刚, 潘悦然, 张杰, 等. 深海立管参激-涡激联合振动试验[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2016, 1(01): 58-64. [TANG Y G, PAN Y R, ZHANG J, et al. Experiment on vortex induced vibration of deep sea risers considering parametric excitations[J]. Journal of Tianjin University (Science and Technology), 2016, 1(01): 58-64.]
- [16] 石晓兵, 郭昭学, 聂荣国, 等. 海洋深水钻井隔水管变形及载荷分布规律研究[J]. 天然气工业, 2004, 24(03): 88-90. [SHI X B, GUO Z X, NIE R G, et al. Study on deformation and load distribution law of marine riser for offshore deep drilling[J]. Natural Gas Industry, 2004, 24(03): 88-90.]
- [17] 周叮. 一类变截面梁横向自由振动的精确解析解[J]. 振动与冲击, 1996, 15(03): 12-15, 103. [ZHOU D. The exact analytical solution of transverse free vibration of a type of beams with variable cross-sections[J]. Journal of Vibration and Shock, 1996, 15(03): 12-15, 103]
- [18] 肖成. 动力刚度法求解变截面杆的振动稳定及 Sturm-Liouville 问题[D]. 北京: 清华大学, 2004. [XIAO C. Exact solution of free vibration and buckling of non-uniform members and the sturm-liouville problem using dynamic stiffness method[D]. Beijing: Tsinghua University, 2004.]
- [19] MA J K, SU J, LU C H, et al. Integral transform solution of the transverse vibration of an axial moving string[J]. Journal of Vibration, Measurement and Diagnosis. 2006, 26: 104-107.
- [20] MATT C F T. Combined classical and generalized integral transform approaches for the analysis of the dynamic behavior of a damaged structure[J]. Applied Mathematical Modelling, 37(18-19): 8 431-8 450.
- [21] MATT C F T. Simulation of the transverse vibrations of a cantilever beam with an eccentric tip mass in the axial direction using integral transforms[J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(22): 9 338-9 354.
- [22] GU J J, AN C, DUAN M L, et al. Integral transform solutions of dynamic response of a clamped-clamped pipe conveying fluid[J]. Nuclear Engineering and Design, 2013, 254: 237-245.
- [23] LI T T, LI X Z, LIANG W, et al. A semi-analytical solution of the dynamic behavior of free-spanning submarine pipelines conveying fluid[C]. Proceedings of the 26th International Offshore and Polar Engineering Conference, Rhodes, 2016: 421-426.
- [24] AN C, DUAN M L, SU J. Vibration behavior of pipelines conveying gas-liquid two-phase flow supported on the seabed[C]. Proceedings of the 35th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Busan, 2016.
- [25] GU J J, MA T Q, DUAN M L. Effect of aspect ratio on the dynamic response of a fluid-conveying pipe using the Timoshenko beam model[J]. Ocean Engineering, 2016, 114: 185-191.
- [26] GU J J, AN C, LEVI C. Prediction of vortex-induced vibration of long flexible cylinders modeled by a coupled nonlinear oscillator: integral transform solution[J]. Journal of Hydrodynamics, 2012, 24(6): 888-898.
- [27] FACCHINETTI M L, DE LANGRE E, BIOLLEY F. Coupling of structure and wake oscillators in vortex-induced vibrations[J] Journal of Fluids and Structures, 2004, 19(2): 123-140.
- [28] VIOLETTE R, DE LANGRE E, SZYDLOWSKI J. Computation of vortex-induced vibrations of long structures using a wake oscillator model: Comparison with DNS and experiments[J]. Computers & Structures, 2007, 85(11-14): 1134-114.
- [29] SONG L, FU S, CAO J, et al. An investigation into the hydrodynamics of a flexible riser undergoing vortex-induced vibration[J]. Journal of Fluids & Structures, 2016, 63: 325-350.
- [30] AN C, SU J. Dynamic response of clamped axially moving beams: Integral transform solution[J]. Applied Mathematics & Computation, 2011, 218(2): 249-259.
- [31] AN C, SU J. Dynamic analysis of axially moving orthotropic plates: Integral transform solution[J]. Applied Mathematics & Computation, 2014, 228: 489-507.

## A fluid-structure interaction model of variable cross-section deepwater drilling risers and its solution

LI Tongtong<sup>1,2</sup>, LIANG Wei<sup>2</sup>, AN Chen<sup>1</sup>, DUAN Menglan<sup>1</sup>

*1 Institute for Ocean Engineering, China University of Petroleum-Beijing, Beijing 102249, China*

*2 College of Mechanical and Transportation Engineering, China University of Petroleum-Beijing, Beijing 102249, China*

**Abstract** Current mathematical models for analyzing the fluid-structure interaction of deepwater drilling risers are derived on the assumption that the deepwater riser system is a cylinder with a uniform cross-section. In fact, the cross-section varies from the top to the bottom of the drilling riser. Therefore, it is necessary to establish a mathematical model that considers the variation of the cross-section of the drilling riser. In the present paper, a mathematical model for the fluid-structure interaction of any variable cross-section drilling riser is established combined with a wake oscillator model. The mathematical model is solved by the generalized integral transform technique (GITT), which is a semi-analytical method with the advantages of being fast and accurate.

The mathematical model and the solution method are verified against previous experimental studies. In addition, time and frequency domain analyses were carried out for a 3 000 m drilling riser system under different flow velocities. The varying cross-section will significantly change the vibration amplitude, frequency and the lock-in region of the system. Results can serve as a guide for the dynamic response prediction and the structural design of the deepwater drilling riser systems, and are of great importance for ensuring the safety operation of deepwater drilling.

**Keywords** variable cross-section; drilling riser; vortex-induced vibration (VIV); integral transform; fluid-structure interaction

**doi:** 10.3969/j.issn.2096-1693.2017.04.047

(编辑 马桂霞)