

# 深海油田电潜泵长距离变频驱动系统分数阶建模及起 电压降分析

夏鹏程, 梁志珊\*, 左信

中国石油大学(北京)地球物理与信息工程学院, 北京 102249

\* 通信作者, lzs1960@cup.edu.cn

收稿日期: 2018-04-20

北京市自然科学基金(3162025) 和国家重点研发计划(2016YFC0303703) 联合资助

**摘要** 基于Caputo-Fabrizio分数阶微积分建立了变频器—长电缆—电潜泵系统分数阶模型, 该模型不含奇异核, 统一了分数阶电容电感参数与整数阶的物理量纲, 厘定了分数阶模型与整数阶模型计算对比平台, 比传统模型能更加准确地描述深海长电缆电力传输特性。研究了起动电压频率、电缆长度、电缆分布电阻、电缆分布电感、电缆分布电容参数、负载特性阻抗和分数阶阶次等因素对电潜泵起动的影 响。发现了电缆分布电感参数对电缆电压降的反常影响。分数阶模型与整数阶模型的计算结果相对偏差绝对值变化范围是0.10%~30.35%。值得注意的是, 当电缆长度和电缆分布电阻参数变化时, 模型的相对偏差呈先减后增的V形分段。升压变压器补偿电压需要比传统设计的高三分之一。基于分数阶模型计算结果, 认为在实际应用时电潜泵变频驱动电缆距离可以超过40 km。

**关键词** 深海油田; 变频器; 长电缆; 电潜泵; 分数阶模型; 变频起动; 电压降

## 0 引言

在深海油田开发中, 电潜泵等水下采油设备的供电电源和变频器通常放置于海上采油平台, 变频器和电机之间存在几十公里的距离, 需要用长电缆连接(图1)。这样, 就由变频器—长电缆—电潜泵构成了深海油田IEESP系统(Inverter—Electric cable—Electric submersible pump, 简称IEESP)。

目前, 实现了从海上平台变频器到电潜泵长距离供电的有北海北部的Otter油田, 其电缆长度达到21 km<sup>[1]</sup>。BP石油公司在墨西哥湾最长供电距离为29 km的变频器系统<sup>[2]</sup>。西门子公司的ESP 30 km长距离供电案例是最新的最长记录。国内流花油田变频器

与电潜泵距离长达15.5 km<sup>[3]</sup>。随着海底油田的进一步开发与生产, 实际工程要求使用比已有IEESP更长的海底电缆。

IEESP系统整数阶模型研究发现, 采取变频器长电缆驱动技术, 虽然带来了谐波污染和PWM脉冲波电压等问题<sup>[4-7]</sup>, 但是实现了软启动, 消除了大启动电流对电泵机组的机械和电力冲击<sup>[8]</sup>。然而, 由于电缆距离过长以及定子电阻电压损耗严重, 电机磁通经常出现严重衰减, 导致无法正常起动。所以, 通常需要采取对长电缆以及定子电阻的压降进行补偿, 保证电动机正常起动<sup>[9]</sup>。当前, 某海洋油田工程面临电潜泵经40 km长电缆变频驱动是否可行的难题, 包括: 长电缆电压降的变化规律, 变频器输出起动电压频率和

引用格式: 夏鹏程, 梁志珊, 左信. 深海油田电潜泵长距离变频驱动系统分数阶建模及起动电压降分析. 石油科学通报, 2018, 04: 452-465  
XIA Pengcheng, LIANG Zhishan, ZUO Xin. Research on fractional order modeling and starting voltage drop of long distance electric submersible pump frequency drive systems in a deep sea oil field. Petroleum Science Bulletin, 2018, 04: 452-465. doi: 10.3969/j.issn.2096-1693.2018.04.041

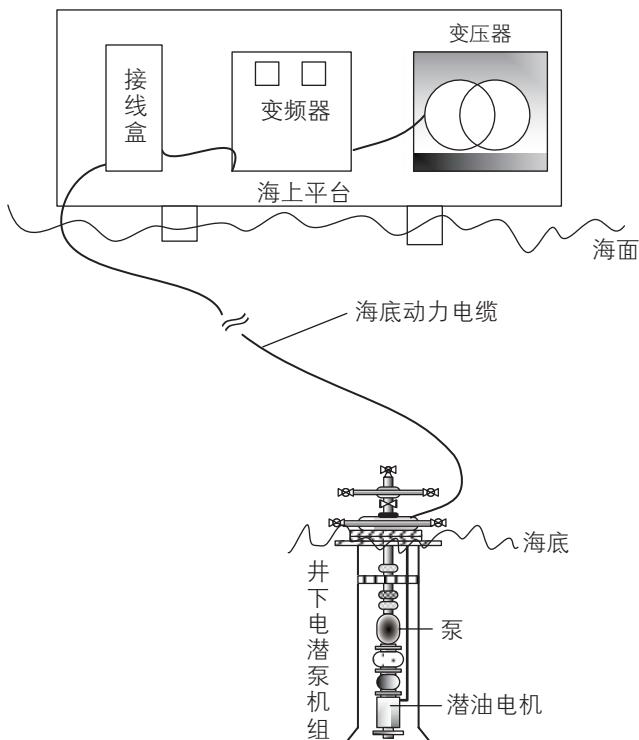


图 1 深海油田电潜泵长距离变频驱动系统  
Fig. 1 Long distance electric submersible pump frequency drive system in deep sea oil field

升压变压器补偿电压设计等问题。对于这些实际问题，国内外还没有相应的行业标准和规范，需要进行研究和探索。

分数阶微积分(Fractional Calculus, 简称FC)提供了一个更精确的物理系统模型，能够反映系统内在的耗散过程，特别是在电路中，分数阶模型已经广泛用于模拟电路和元件(电阻、电感、电容、多米诺梯子，树形结构，忆阻器等等)。常用FC定义有Riemann-Liouville (简称RL)、Liouville-Caputo (简称LC)<sup>[10]</sup>。电容、电感和电阻存在不同时间尺度上的波动或分形特征。电气元件异质性的存在，会造成不可逆的耗散效应。由于导体的趋肤效应和介质的松弛现象，在描述电压电流波传播过程时，电缆和传输线分数阶模型比整数阶模型更有优势<sup>[11-12]</sup>。已有研究表明，实际系统在理论上都应该是分数阶次的<sup>[13-16]</sup>，只是由于分数阶理论的滞后而使得所使用的数学模型都是整数阶次。分数阶模型对于更长距离的IEESP系统有多大影响？这是IEESP系统设计和运行非常关注的问题。

常用的RL和LC分数阶定义的缺点是他们的内核具有奇异性，这个内核包括记忆效应，因此，这两种定义都不能准确描述记忆的全部影响。在传统的Caputo分数阶导数定义中，分数阶电容参数的物理

单位<sup>[17-18]</sup>是 $F/s^{1-n}$ ，分数阶电感参数的物理单位<sup>[19]</sup>是 $Vs^{\alpha}A^{-1}$ 。在电容参数和电感参数的物理单位中含有分数阶阶次 $n$ 和 $\alpha$ ，这意味着它们的物理单位是随分数阶阶次变化的。而整数阶电容的物理单位是F(法拉)，整数阶电感的物理单位是H(亨利)。很显然，分数阶与整数阶定义下基本物理量的单位不一样，使得分数阶电容和分数阶电感的物理含义有所不同。由于分数阶阶次是随元件结构空间变化的，意味着含分数阶阶次的单位也是随空间变化的。分数阶忆阻器与电容电感串联电路<sup>[20]</sup>、分数阶LC串并联电路<sup>[21-22]</sup>、LCL型电路<sup>[23]</sup>、滤波电路<sup>[24-25]</sup>和分数阶模拟电容和模拟电感电路<sup>[26]</sup>等已有的系统理论研究均忽略了电容电感的物理单位问题。作者认为分数阶和整数阶微积分作为一种数学分析计算工具，在使用过程中对于电感元件和电容元件物理现象与元件参数应该是一一对应统一的。

Caputo和Fabrizio提出了一个新的分数阶导数定义，即Caputo-Fabrizio分数阶(简称CF)<sup>[27]</sup>，无奇异的内核，这个定义可以描述与损伤、疲劳以及材料其他非均质性相关的力学性能。这个定义的新颖之处在于，它们具有规则的核心，不含奇异核，可以视为一个滤波调节器<sup>[28]</sup>。Caputo-Fabrizio分数阶定义具有广泛的应用<sup>[29-30]</sup>。

本文针对深海油田 40 km长电缆变频驱动电潜泵，分数阶的电感和电容物理单位与整数阶不统一等问题，用Caputo-Fabrizio分数阶导数定义建立了物理单位统一的IEESP系统分数阶模型，研究了IEESP系统分数阶系统起动电压降的变化规律。通过分数阶模型与整数阶模型的对比分析，改进了升压补偿措施，抵消了起动电压降的影响。

## 1 长电缆分数阶模型

模型采用均匀传输线模型来分析变频器输出电压波的传输过程。均匀传输线由一系列集总元件电阻、电感、电容和电导构成，即假设它是由许多无穷小的长度 $dx$ 组成的，每个长度元 $dx$ 具有电阻 $R_0dx$ 和电感 $L_0dx$ ，而两导线间具有电容 $C_0dx$ 和电导 $G_0dx$ (图2)。

图2中， $R_0$ 为长线电缆每单位长度具有的电阻，其单位为 $\Omega/km$ ； $L_0$ 为长线电缆每单位长度具有的电感，其单位为 $mH/km$ ； $C_0$ 为每单位长度长线电缆两线之间的电容，其单位为 $\mu F/km$ ； $G_0$ 为每单位长度长线电缆两线之间的电导，其单位为 $S/km$ 。

电力电缆系统的传输线方程，在频域中表示如下：

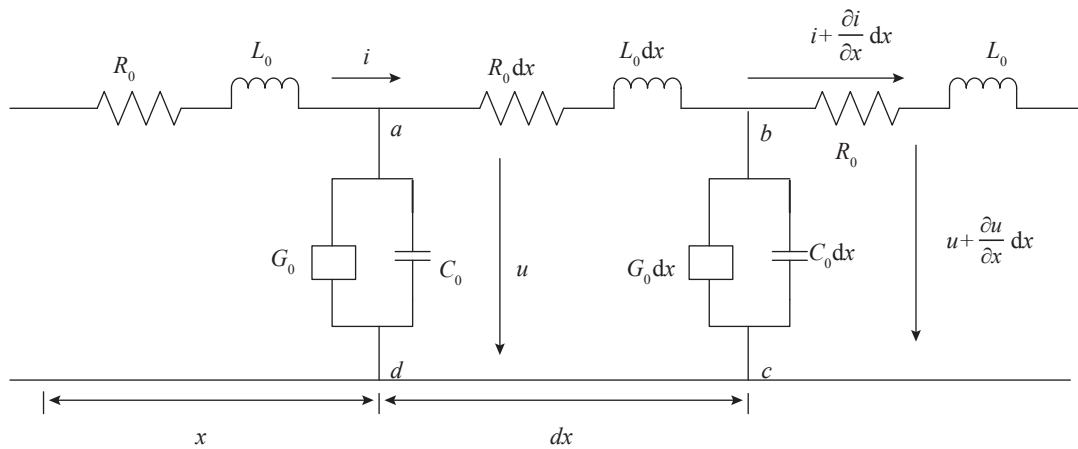


图2 均匀长线电缆模型  
Fig. 2 Model of uniform long line cable

$$\begin{cases} d\dot{U}/dx + Z\dot{I} = 0 \\ d\dot{I}/dx + Y\dot{U} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

其中， $\dot{U}$ 为传输线上任意一点电压，V； $\dot{I}$ 为传输线上任意一点电流，A； $Z$ 为传输线单位长度的阻抗矩阵， $\Omega/\text{km}$ ； $Y$ 为传输线单位长度的导纳， $\text{S}/\text{km}$ 。 $Z = R + j\omega L$ ， $R$ 为传输线单位长度的电阻， $\Omega/\text{km}$ ； $L$ 为传输线单位长度的电感， $\text{H}/\text{km}$ 。一般情况下，由于导体与大地的集肤效应， $Z$ 的参数都会随频率变化。 $Y = G + j\omega C$ ， $G$ 为传输线单位长度的电导， $\text{S}/\text{km}$ ； $C$ 为传输线单位长度的电容， $\text{F}/\text{km}$ ， $Y$ 一般看做是非频变的。

1.1 建模理论

传统的电感元件和电容元件建模使用时间函数  $f(t)$  的 Liouville–Caputo 分数导数 (LC)，定义如下

$${}^c_0 D_t^\gamma f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\gamma)} \int_0^t f^{(n)}(z) / (t-z)^{\gamma-n+1} dz \quad (2)$$

其中， $d^\gamma / dt^\gamma = {}^c_0 D_t^\gamma$  是关于  $t$  的 LC 导数， $n=1, 2, \dots \in N$ ， $n-1 < \gamma < n$ 。

本文引入 Caputo–Fabrizio 分数导数 (CF)，定义如下

$${}^{CF}_0 D_t^\gamma f(t) = M(\gamma) / (1-\gamma) \int_0^t f(\alpha) \exp[-\gamma(t-\alpha)/(1-\gamma)] d\alpha, \quad (3)$$

其中， $d^\gamma / dt^\gamma = {}^{CF}_0 D_t^\gamma$  是关于  $t$  的 CF 导数， $M(\gamma)$  是一个归一化函数，使得  $M(0) = M(1) = 1$ 。这个分数阶导数的指数函数有助于降低奇异性风险，而且一个常数的导数等于零，对于  $t=\alpha$  核不具有奇异性。如果  $n \geq 1$  且

$\gamma \in [0, 1]$ ，CF 导数  ${}^{CF}_0 D_t^{(\gamma+n)} f(t)$  的定义如下

$${}^{CF}_0 D_t^{(\gamma+n)} f(t) = {}^{CF}_0 D_t^{(\gamma)} \left( {}^{CF}_0 D_t^{(n)} f(t) \right) \quad (4)$$

CF 分数阶导数式 (4) 的拉普拉斯变换定义如下

$$L[{}^{CF}_0 D_t^{(\gamma+n)} f(t)] = \frac{1}{1-\gamma} L[f^{(\gamma+n)}(t)] L\left[\exp\left(-\frac{\gamma}{1-\gamma} t\right)\right] \quad (5)$$

$$= \frac{s^{n+1} L[f(t)] - s^n f(0) - s^{n-1} f'(0) \dots - s^n f^{(n)}(0)}{s + \gamma(1-s)}$$

对于这种在时域上的方程，可以使用 Laplace 变换

$$L[{}^{CF}_0 D_t^{(\gamma+n)} f(t)] = (sL[f(t)] - f(0)) / (s + \gamma(1-s)), n=0 \quad (6)$$

$$L[{}^{CF}_0 D_t^{(\gamma+n)} f(t)] = \left( s^2 L[f(t)] - s f(0) - f'(0) \right) / (s + \gamma(1-s)), n=1 \quad (7)$$

用分数算子代替整数算子

$$d/dt \rightarrow 1/\alpha^{1-\gamma} \cdot d^\gamma / dt^\gamma, n-1 < \gamma \leq n \quad (8)$$

$$d^2/dt^2 \rightarrow 1/\alpha^{2(1-\gamma)} \cdot d^{2\gamma} / dt^{2\gamma}, n-1 < \gamma \leq n \quad (9)$$

其中  $n$  为整数，且  $\alpha$  的物理单位是秒的分数维。这样就抵消了分数阶导数作用于时间  $t$  产生的物理单位秒的分数维。传统常用的 RL 和 LC 分数阶定义是把电容电感的物理单位乘上一个秒的分数维来平衡单位统一的问题，但那样做使得分数阶电容量和电感量与整数阶的数值不一样了，单位也不同，无法确定分数阶电容量和电感量与整数阶是否存在一对一等效关系。而本文的 CF 分数阶导数定义就解决了这样问题，统一了分数阶和整数阶的基本物理量单位，使得分数阶电容量和电感量与整数阶的一样，奠定了对比分析的统一参考

平台。当 $\gamma=1$ 时，式(8)和(9)成为一个普通的导数。

### 1.2 建模方法

我们将这种方法应用于电缆模型RLCG电路中。假设将电缆平均分成 $n$ 段，如图1所示，考虑在某一个RLCG单元中，由基尔霍夫定律可得

$$u_{C,k-1}(t) = u_{R,k}(t) + u_{L,k}(t) + u_{C,k}(t) \tag{10}$$

$$= R_k i_{R,k} + L_k di_{L,k}(t)/dt + u_{C,k}(t)$$

其中， $k \in [1, n]$ ，首端 $u_{C,0}(t) = v_m$ 为变频器输出电压

$$i_{L,k}(t) = i_{R,k}(t) = i_{C,k}(t) + i_{G,k}(t) + i_{L,k+1}(t) \tag{11}$$

$$= C_k du_{C,k}(t)/dt + G_k u_{C,k}(t) + i_{L,k+1}(t)$$

其中， $k \in [1, n]$ ，末端 $i_{L,n+1}(t) = i_s$ 为电机定子电流。

把式(11)代入式(10)得到

$$L_k C_k d^2 u_{C,k}(t)/dt^2 + (R_k C_k + L_k G_k) du_{C,k}(t)/dt + (R_k G_k + 1) u_{C,k}(t) + R_k i_{L,k+1}(t) + L_k di_{L,k+1}(t)/dt = u_{C,k-1}(t) \tag{12}$$

根据(8)和(9)的变换，由(12)可得分数阶的表达式为

$$L_k C_k \frac{1}{y^{2(\beta_k-1)}} \frac{d^{2\beta_k} u_{C,k}(t)}{dt^2} + (R_k C_k + L_k G_k) \frac{1}{y^{\beta_k-1}} \frac{du_{C,k}(t)}{dt} + (R_k G_k + 1) u_{C,k}(t) + R_k i_{L,k+1}(t) + L_k \frac{1}{x^{\alpha_k-1}} \frac{di_{L,k+1}(t)}{dt} = u_{C,k-1}(t) \tag{13}$$

设分数阶角频率 $\omega_\gamma$ ，分数阶时间常数 $\tau_\gamma$

$$\omega_\gamma = a^{1-\gamma} / \sqrt{LC} = a^{1-\gamma} / \omega_0 \tag{14}$$

$$\tau_\gamma = L / R / a^{1-\gamma} = \tau_0 / a^{1-\gamma} \tag{15}$$

则式(13)可简化为

$$d^{2\gamma} u_C(t) / dt^{2\gamma} + 1 / \tau_\gamma \cdot du_C(t) / dt + \omega_\gamma^2 u_C(t) = \omega_\gamma^2 u_m(t) \tag{16}$$

建立电缆分布参数分数阶微分方程组来描述传输线的电压电流波

$$\begin{cases} \frac{1}{y^{\beta_1-1}} \frac{d^{\beta_1} u_{C,1}}{dt^{\beta_1}} = \frac{i_{L,1}}{C_1} - \frac{i_{L,2}}{C_1} - \frac{G_1 u_{C,1}}{C_1} \dots \\ \frac{1}{y^{\beta_k-1}} \frac{d^{\beta_k} u_{C,k}}{dt^{\beta_k}} = \frac{i_{L,k}}{C_k} - \frac{i_{L,k+1}}{C_k} - \frac{G_k u_{C,k}}{C_k} \dots \\ \frac{1}{y^{\beta_n-1}} \frac{d^{\beta_n} u_{C,n}}{dt^{\beta_n}} = \frac{i_{L,n}}{C_n} - \frac{i_s}{C_n} - \frac{G_n u_{C,n}}{C_n} \dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x^{\alpha_1-1}} \frac{d^{\alpha_1} i_{L,1}}{dt^{\alpha_1}} = \frac{v_m}{L_1} - \frac{R \cdot i_{L,1}}{L_1} - \frac{u_{C,1}}{L_1} \dots \\ \frac{1}{x^{\alpha_k-1}} \frac{d^{\alpha_k} i_{L,k}}{dt^{\alpha_k}} = \frac{u_{C,k}}{L_2} - \frac{R \cdot i_{L,k}}{L_2} - \frac{u_{C,k}}{L_2} \dots \\ \frac{1}{x^{\alpha_n-1}} \frac{d^{\alpha_n} i_{L,n}}{dt^{\alpha_n}} = \frac{u_{C,n-1}}{L_n} - \frac{R \cdot i_{L,n}}{L_n} - \frac{u_{C,n}}{L_n} \dots \end{cases} \tag{17}$$

因此，当电潜泵起动时长电缆电压降与起动电压频率、电缆长度、电缆阻抗特性、电机负载阻抗特性以及分数阶阶次等有关。

## 2 IEESP 系统仿真与分析

### 2.1 系统仿真

基于改进的Oustaloup滤波器分数阶微积分算法和式(17)构建Matlab/Simulink数学模型<sup>[8]</sup>。在IEESP分数阶系统中，电潜泵起动电压降受到起动电压频率、电缆长度、电缆分布电阻、电缆分布电感、电缆分布电容参数、负载特性阻抗和分数阶阶次等7个参数的影响。

某深海油田工程提供了海底电缆和井下电缆的典型参数(表1)。在模型中电缆分布电阻为0.34 Ω/km、电缆分布电感为0.38 mH/km、电缆分布电容为0.29 μF/km、变频器输出电压为6000 V，电潜泵起动时的等效阻抗为1.36 Ω。当模型其他参数变化时，整数阶模型中的电感电容参数阶次是1，分数阶模型中电感电容参数阶次是0.8。

#### (1) 起动电压频率

在电潜泵起动的瞬态过程中，起动电压频率越大，长电缆电压降瞬态幅值越小(图3)。

分数阶模型仿真表明：当起动电压正弦波频率 $f_{1\sim 5}$ 从10 Hz递增至50 Hz时，长电缆电压降幅值 $U_{fo}(U1\sim U5)$ 从5074 V减小到4592 V，是变频器输出电压( $U_0$ )的84.57%~76.53%。整数阶模型仿真表明：长电缆电压降幅值 $U_{io}(U1\sim U5)$ 从5121 V减小到2771 V，是电源电压的85.35%~46.18%。随着起动电压频率增大，整数阶模型与分数阶模型的相对偏差绝对值 $|U_{io}-U_{fo}|/U_0$ 越来越大，分别是0.78%、10.07%、

表1 深海电缆典型参数

Table 1 Typical parameters of deep-sea cable

电缆类型	$R_0/(\Omega/\text{km})$	$C_0/(\mu\text{F}/\text{km})$	$L_0/(\text{mH}/\text{km})$
海底电缆	0.34	0.29	0.38
井下电缆	0.4232	0.2134	0.3002

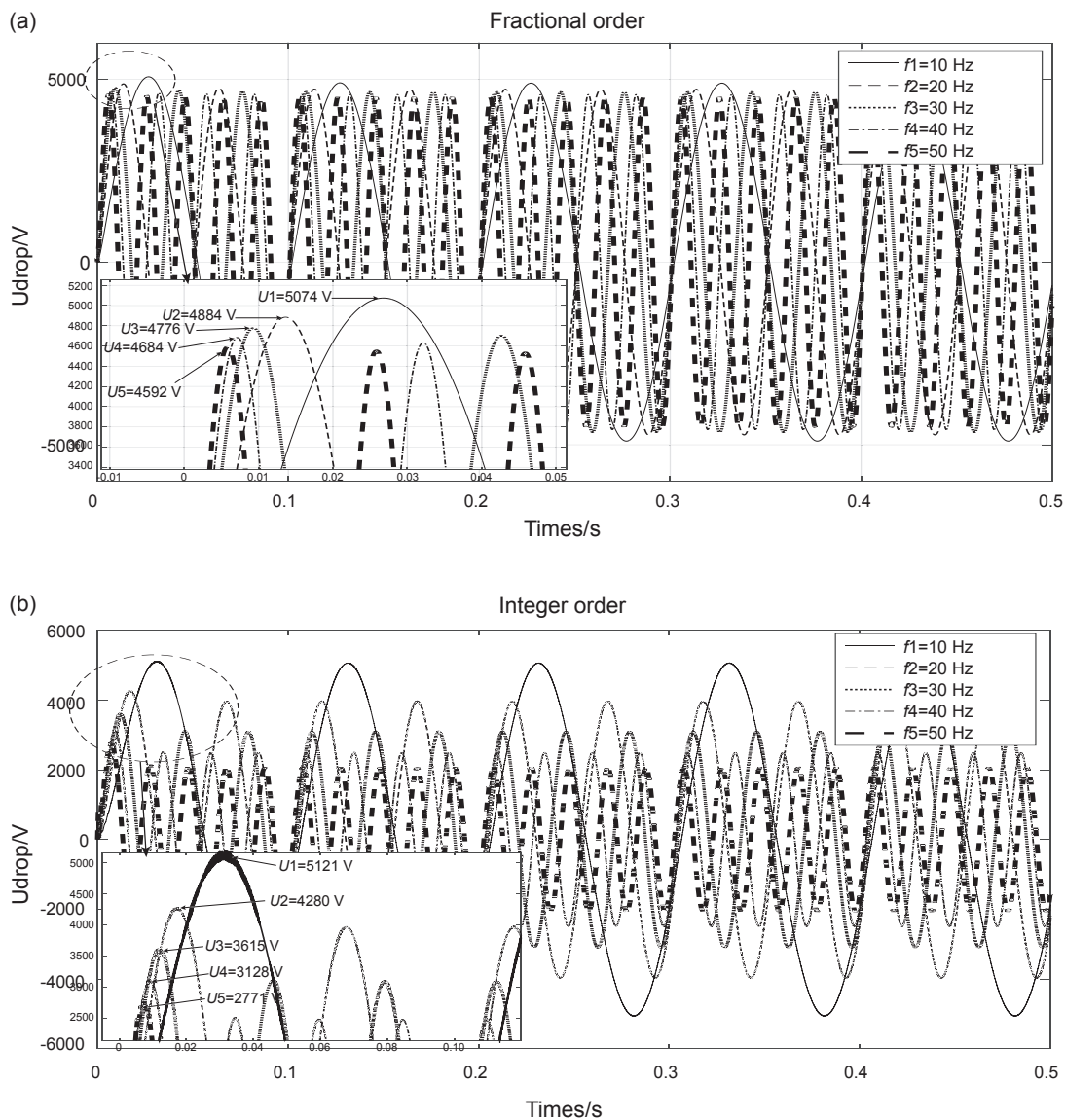


图3 起动电压频率对电压降的影响(a)分数阶(b)整数阶

Fig. 3 The effect of starting frequency on voltage drop: (a) fractional order; (b) integer order

19.35%、25.93%、30.30%。起动电压频率越高，分数阶模型由于考虑了趋肤效应，计算的电压波在长电缆上的传播损耗更高，而整数阶模型没有包含这部分损耗，所以计算出的长电缆电压降比分数阶模型的计算结果小。说明分数阶模型比整数阶模型能更准确地反映IEESP系统电潜泵变频起动过程中长电缆电压降和不可逆的耗散效应。

#### (2) 电缆长度

在电潜泵起动的瞬态过程中，电缆越长，长电缆电压降瞬态幅值越大(图4)。

分数阶模型仿真表明：当电缆长度 $l_1 \sim l_5$ 从20 km递增到60 km时，长电缆电压降幅值 $U_{fo}(U_1 \sim U_5)$ 从4373 V增大到5354 V，是 $U_0$ 的72.88%~89.23%。整

数阶模型仿真表明：长电缆电压降幅值 $U_{io}(U_1 \sim U_5)$ 从4251 V增大到5455 V，是 $U_0$ 的70.85%~90.92%。随着电缆长度增加，整数阶模型与分数阶模型的相对偏差绝对值 $|U_{io} - U_{fo}|/U_0$ 先减小后增大，分别是2.03%、0.30%、0.78%、1.22%、1.68%。

#### (3) 电缆分布电阻

在电潜泵起动的瞬态过程中，电缆分布电阻越大，长电缆电压降瞬态幅值越大(图5)。

分数阶模型仿真表明：当电缆分布电阻 $R_1 \sim R_5$ 从0.14  $\Omega/\text{km}$ 递增到0.54  $\Omega/\text{km}$ 时，长电缆电压降幅值 $U_{fo}(U_1 \sim U_5)$ 从4191 V增大到5385 V，是 $U_0$ 的69.85%~89.75%。整数阶模型仿真表明：长电缆电压降幅值 $U_{io}(U_1 \sim U_5)$ 从3872 V增大到5517 V，是 $U_0$ 的

64.53%~91.95%。随着电缆分布电阻增大, 整数阶模型与分数阶模型的相对偏差绝对值 $|U_{io}-U_{fo}|/U_0$ 先减小后增大, 分别是 5.32%、0.88%、0.80%、1.8%、2.20%。

(4) 电缆分布电感

在电潜泵起动的暂态过程中, 电缆分布电感越大, 长电缆电压降瞬态幅值越大(图 6)。

分数阶模型仿真表明: 当电缆分布电感 $L_1\sim L_5$ 从 0.18 mH/km 递增到 0.58 mH/km 时, 长电缆电压降幅值 $U_{fo}(U_1\sim U_5)$ 从 5070 V 增大到 5077 V, 变化幅度不大, 是  $U_0$  的 84.5%~84.62%。说明长电缆电压降对电

缆分布电感参数不敏感。整数阶模型仿真表明: 长电缆电压降幅值 $U_{io}(U_1\sim U_5)$ 从 5164 V 减小到 5069 V, 是  $U_0$  的 86.07%~84.48%。电缆分布电感参数对电缆电压降的影响出现反常现象。随着电缆分布电感的增大, 分数阶模型的电压降变化趋势是递增的, 整数阶模型的电压降变化趋势是递减的。随着电缆分布电感增大, 整数阶模型与分数阶模型的相对偏差绝对值 $|U_{io}-U_{fo}|/U_0$ 越来越小, 分别是 1.57%、0.97%、0.78%、0.50%、0.13%。

(5) 电缆分布电容

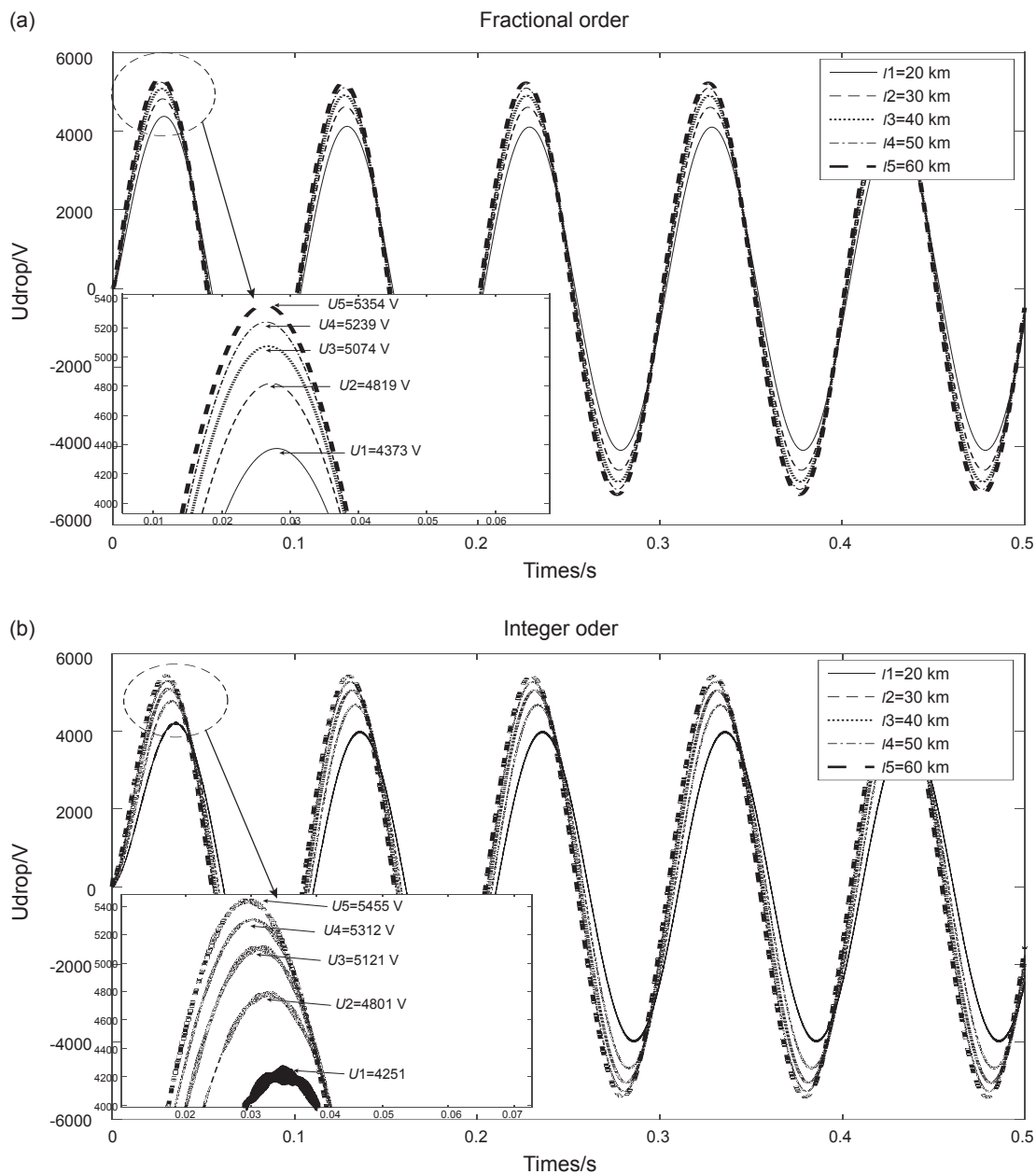


图 4 电缆长度对电压降的影响(a)分数阶(b)整数阶

Fig. 4 The effect of cable length on voltage drop: (a) fractional order; (b) integer order

在电潜泵起动的瞬态过程中，电缆分布电容越大，长电缆电压降幅值瞬态幅值越小(图7)。

分数阶模型仿真表明：当电缆分布电容 $C1\sim C5$ 从 $0.09\ \mu\text{F}/\text{km}$ 递增到 $0.49\ \mu\text{F}/\text{km}$ 时，长电缆电压降幅值 $U_{fo}(U1\sim U5)$ 从 $5073.85\ \text{V}$ 减小到 $5073.72\ \text{V}$ ，变化幅度不大，是 $U_0$ 的 $84.564\%\sim 84.562\%$ 。说明长电缆电压降对电缆分布电容参数不敏感。整数阶模型仿真表明：长电缆电压降幅值 $U_{io}(U1\sim U5)$ 从 $5138\ \text{V}$ 减小到 $5105\ \text{V}$ ，是 $U_0$ 的 $85.63\%\sim 85.08\%$ 。随着电缆分布电感增大，整数阶模型与分数阶模型的相对偏差绝对值 $|U_{io}-U_{fo}|/U_0$ 越来越小，分别是 $1.07\%$ 、 $0.95\%$ 、 $0.79\%$ 、 $0.67\%$ 、 $0.52\%$ 。

(6)负载电阻

在电潜泵起动的瞬态过程中，负载电阻越大，长电缆电压降瞬态幅值越大(图8)。

分数阶模型仿真表明：当负载电阻 $R_{m1}\sim R_{m5}$ 从 $0.36\ \Omega$ 递增到 $2.36\ \Omega$ 时，长电缆电压降幅值 $U_{fo}(U1\sim U5)$ 从 $4514\ \text{V}$ 增大到 $5171\ \text{V}$ ，是 $U_0$ 的 $75.23\%\sim 86.18\%$ 。整数阶模型仿真表明：长电缆电压降幅值 $U_{io}(U1\sim U5)$ 从 $4590\ \text{V}$ 增大到 $5216\ \text{V}$ ，是 $U_0$ 的 $76.5\%\sim 86.93\%$ 。随着负载电阻增大，整数阶模型与分数阶模型的相对偏差绝对值 $|U_{io}-U_{fo}|/U_0$ 越来越小，分别是 $1.27\%$ 、 $0.87\%$ 、 $0.80\%$ 、 $0.77\%$ 、 $0.75\%$ 。

(7)分数阶阶次

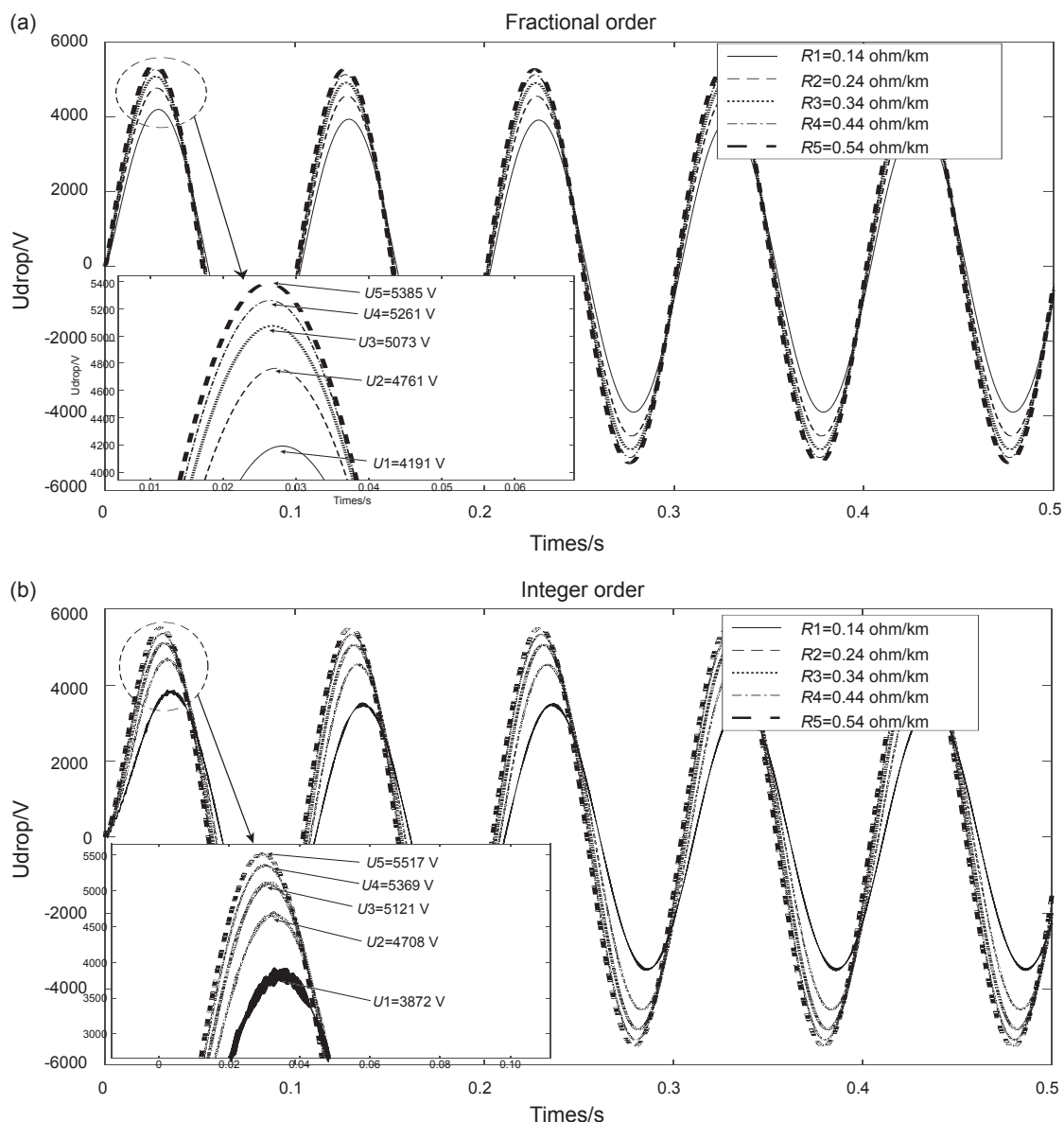


图5 电缆分布电阻对电压降的影响(a)分数阶(b)整数阶

Fig. 5 The effect of cable distribution resistance on voltage drop: (a) fractional order ; (b) integer order

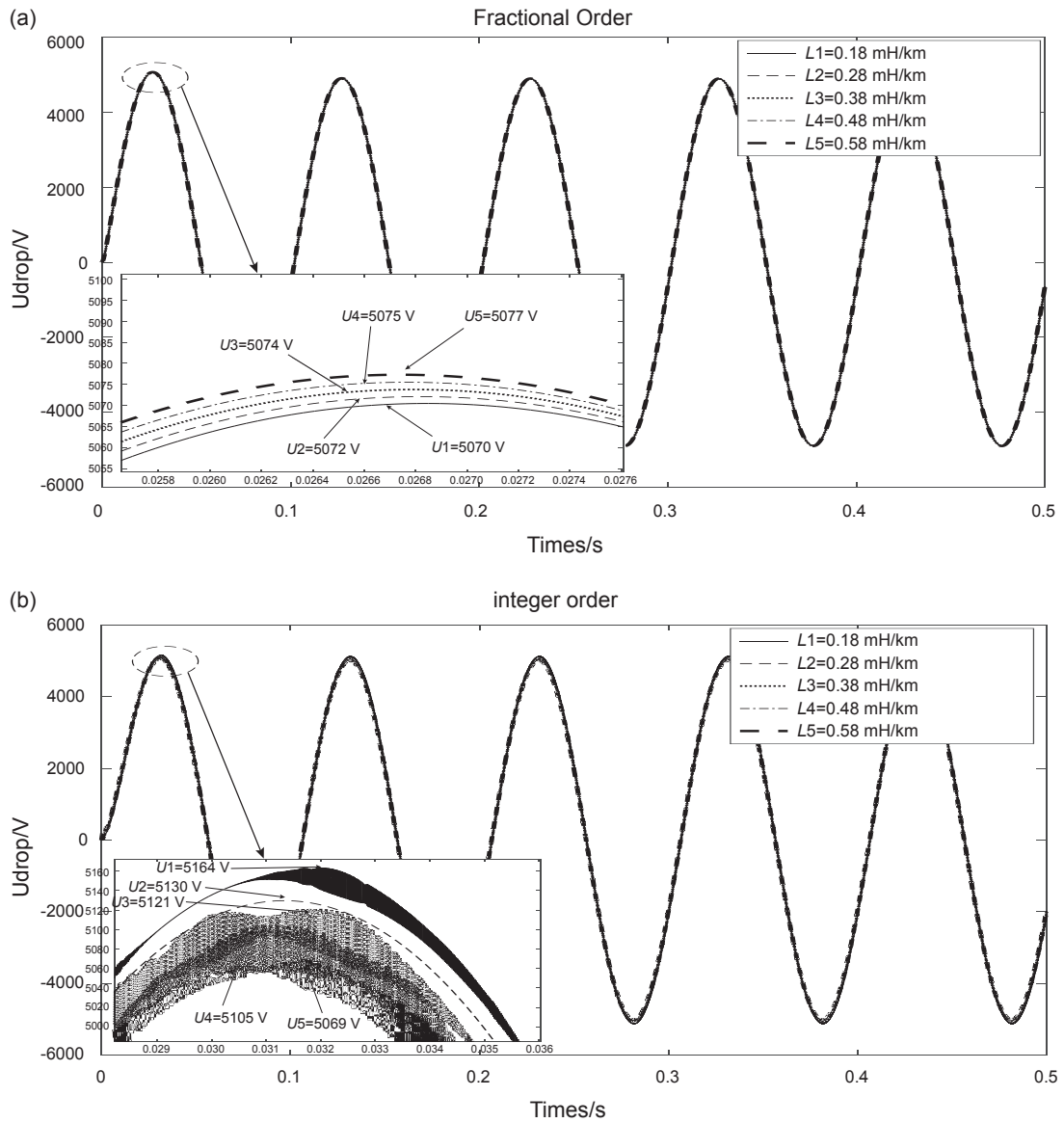


图 6 电缆分布电感对电压降的影响(a)分数阶(b)整数阶

Fig. 6 The effect of cable distributed inductance on voltage drop: (a) fractional order; (b) integer order

分析负载电感阶次、电缆分布电感阶次和电缆分布电容阶次对长电缆电压降的影响。

1) 负载电感的分数阶次

在电潜泵起动的瞬态过程中，负载电感的分数阶次越大，长电缆电压降瞬态幅值越小(图 9)。

电缆分数阶模型仿真表明：当负载电感阶次  $m_1 \sim m_5$  从 0.2 递增到 1.0 时，长电缆电压降幅值  $U_{fo}(U_1 \sim U_5)$  从 5605 V 减小到 5073 V，是  $U_0$  的 93.42%~86.67%。但  $U_4 < U_5 < U_3$ ，而且电压降相位发生了右移，1.0 阶次时比 0.2 阶次的电压降相位滞后  $7/50\pi$ 。电缆整数阶模型仿真表明：长电缆电压降幅值  $U_{io}(U_1 \sim U_5)$  从 5599V 减小到 5037 V，是  $U_0$  的 93.32%~85.35%。但  $U_4 < U_5 < U_3$ ，

而且电压降相位发生了逐渐右移，阶次 1.0 比 0.2 的长电缆电压降相位滞后  $4/25\pi$ 。随着负载电感阶次增大，整数阶模型与分数阶模型的相对偏差绝对值  $|U_{io} - U_{fo}| / U_0$  越来越大，分别是 0.10%、0.13%、0.25%、0.60%、1.32%。

2) 电缆分布电感的分数阶次

在电潜泵起动的瞬态过程中，电缆分布电感的分数阶次越大，长电缆电压降瞬态幅值先小幅增大后减小(图 10)。分数阶模型仿真表明：当电缆分布电感分数阶阶次  $a_1 \sim a_5$  从 0.5 递增到 0.9 时，长电缆电压降幅值  $U_{fo}(U_1 \sim U_5)$  分别是 5074 V、5075.8 V、5076.2 V、5073.8 V、5064 V，是  $U_0$  的 84.57%~84.4%。



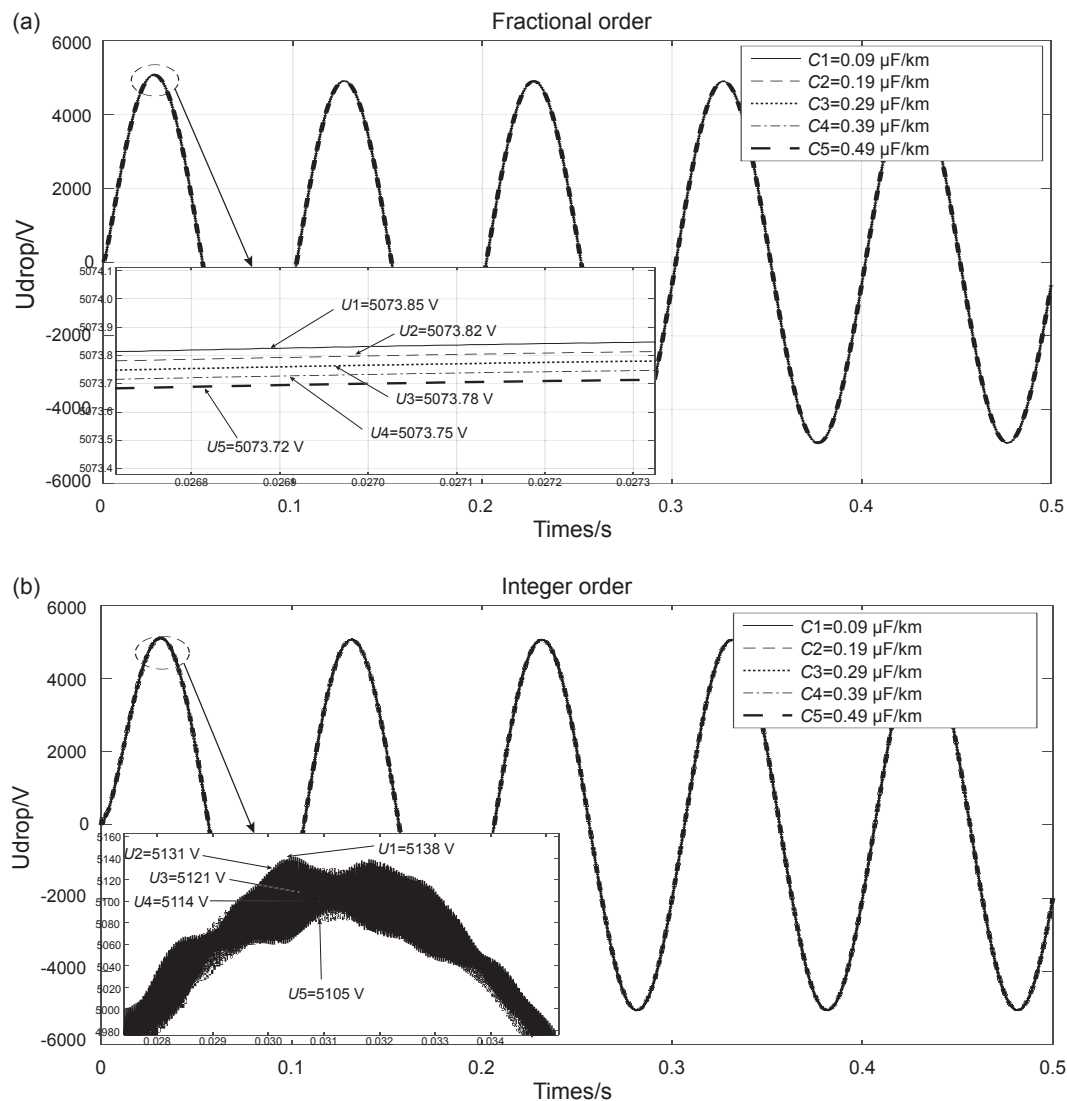


图 7 电缆分布电容对电压降的影响(a)分数阶(b)整数阶

Fig. 7 The effect of cable distributed capacitance on voltage drop:(a) fractional order; (b) integer order

### 3) 电缆分布电容的分数阶次

在电潜泵起动的瞬态过程中, 随电缆分布电容的分数阶次增大, 长电缆电压降瞬态幅值先小幅增大后减小(图 11)。分数阶模型仿真表明: 当电缆分布电容分数阶阶次 $\beta_1 \sim \beta_5$ 从 0.5 递增到 0.9 时, 长电缆电压降  $U_{fo}(U_1 \sim U_5)$  幅值分别是 5074.05 V、5074.1 V、5074 V、5073.8 V、5073.2 V, 是  $U_0$  的 84.57%~84.55%。

## 2.2 关于分数阶与整数阶模型问题的讨论

对比 IEEESP 系统分数阶模型和整数阶模型的仿真结果可知, 电潜泵起动电压降的变化规律如表 2 所示。

分数阶模型和整数阶模型的计算偏差来源于电感、电容元件的阶次。在变频器、长电缆和电潜泵的模式中, 整数阶的电感和电容只在理论上存在而在实际中

并不存在, 基于分数阶微积分理论建立的电感和电容模型更能反映其实际系统的电特性, 以往用来描述电感和电容电特性的整数阶模型是不够准确的, 由此得到的某些结论甚至可能是错误的。

由表 2 可以看出: (1) 当电缆分布电感变化时, 分数阶模型的长电缆电压降的变化趋势与整数阶模型相反。(2) 当电缆长度和电缆分布电阻参数发生变化时, 分数阶模型的长电缆电压降与整数阶模型的相对偏差绝对值呈现 V 形分段, 先减小后增大。(3) 电潜泵起动电压降的变化规律可以为升压变压器补偿电压设计提供理论依据。从模型最大相对偏差推出, 补偿电压应比传统设计的高三分之一。

研究表明, 基于 Caputo-Fabrizio 分数阶微积分建立的 IEEESP 系统分数阶模型不含奇异核, 统一了

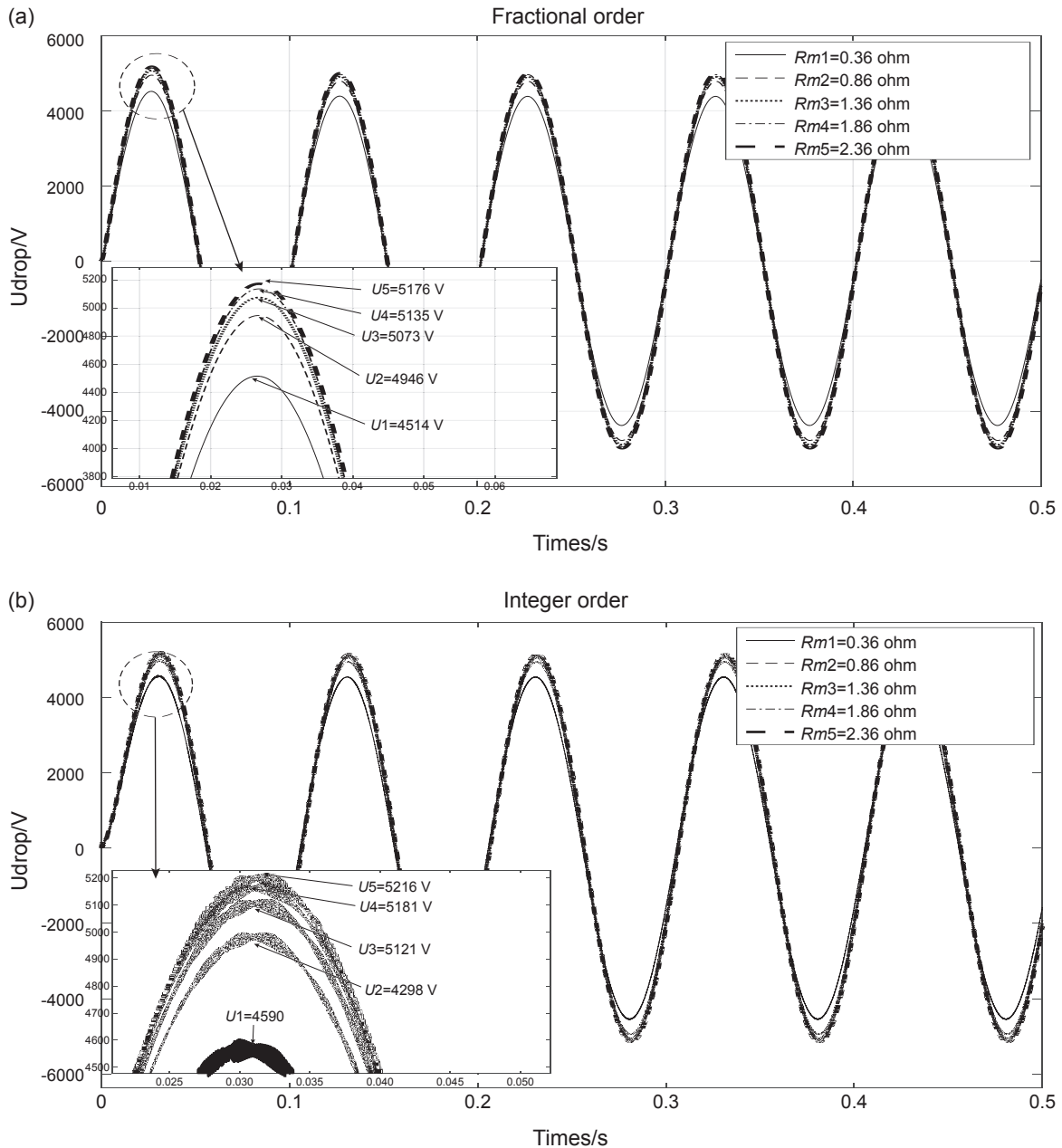


图 8 负载电阻对电压降的影响 (a) 分数阶 (b) 整数阶

Fig. 8 The effect of load resistance on voltage drop: (a) fractional order; (b) integer order

分数阶电容电感参数与整数阶的物理量纲，厘定了分数阶模型与整数阶模型计算对比平台，比传统模型能更加准确地描述深海长电缆电力传输特性。因此，采用Caputo-Fabrizio分数导数定义建立的长电缆分数阶模型是合理的。

由表 3 可以看出，电缆长度  $l$  在 20 km~60 km 的范围内，分数阶模型计算出的电潜泵起动电压降  $U_{fo}$  逐渐增大，但是起动电压降的增幅  $\Delta U_{fo}$  越来越小，分别为 446 V、225 V、165 V、115 V；增幅与变频器输出电压的比值  $\Delta U_{fo}/U_0$  也越来越小，分别是 7.43%、4.25%、2.75%、1.92%。整数阶模型计算出的

电潜泵起动电压降  $U_{io}$  逐渐增大，但是起动电压降的增幅  $\Delta U_{io}$  越来越小，分别是 550 V、320 V、191 V、143 V；增幅与变频器输出电压的比值  $\Delta U_{io}/U_0$  也越来越小，分别是 9.17%、5.33%、3.18%、2.38%。两种模型对比发现，分数阶模型比整数阶模型计算的电潜泵起动电压降更小，起动电压降的增幅更小，增幅比也更小。根据分数阶模型计算结果，电缆长度超过 40 km 后，电潜泵起动电压降的增量越来越小，升压变压器补偿电压的负担也越来越小，补偿电压设计方案比较容易实现。

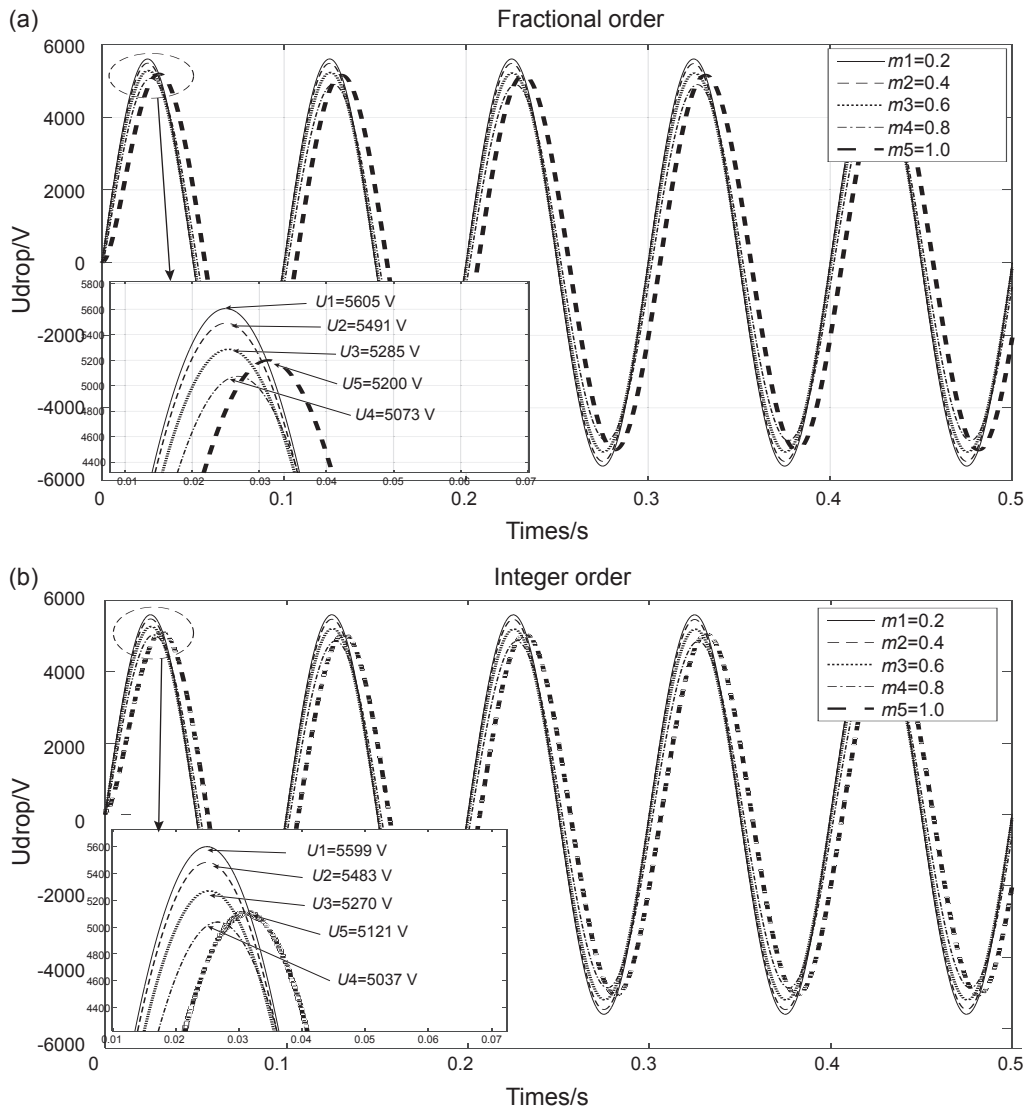


图 9 负载电感分数阶次对电压降的影响 (a) 分数阶 (b) 整数阶

Fig. 9 The effect of load inductor fractional order on voltage drop: (a) fractional order ; (b) integer order

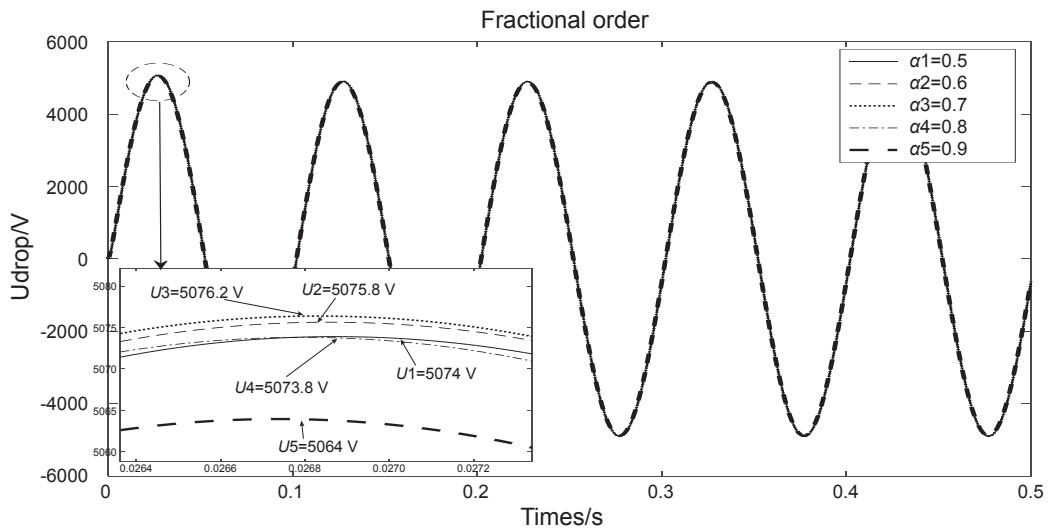


图 10 电缆分布电感分数阶次对电压降的影响

Fig. 10 The effect of load cable distribution inductance fractional order on voltage drop

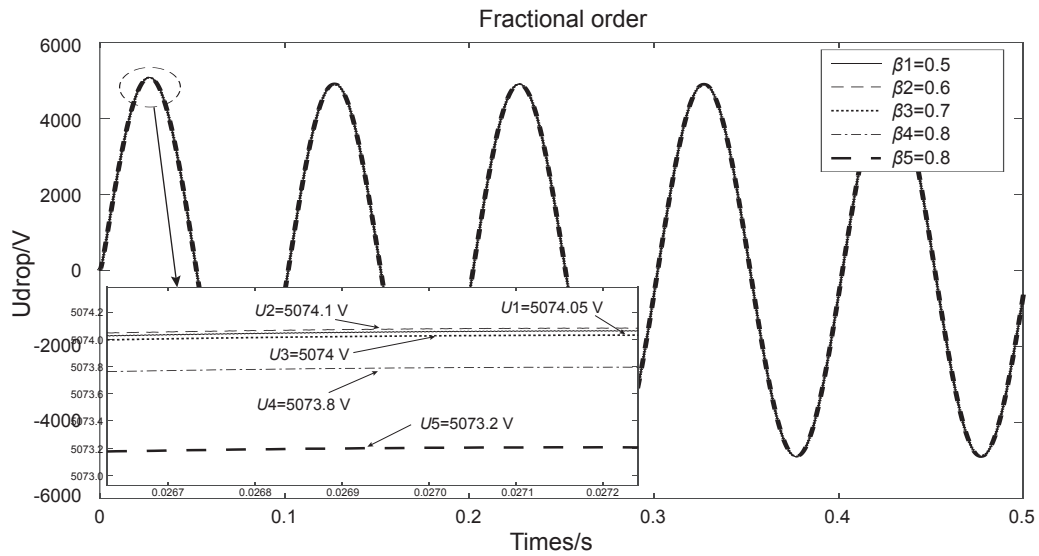


图 11 长电缆电压降与电缆分布电容分数阶阶次的关系

Fig. 11 The relationship between the voltage drop of long cable and the order order of the distributed capacitance of the cable

表 2 电潜泵起动电压降的变化规律

Table 2 Change rule of electric submersible pump starting voltage drop

参数(变大)	$U_{fo}$	$U_{io}$	$ U_{io}-U_{fo} /U_0$
起动电压频率	减小	减小	增大 0.78%~30.30%
电缆长度	增大	增大	先减小后增大 2.03%~0.30%~1.68%
电缆分布电阻	增大	增大	先减小后增大 5.32%~0.80%~2.20%
电缆分布电感	增大	减小	减小 1.57%~0.13%
电缆分布电容	减小	减小	减小 1.07%~0.52%
负载电阻	增大	增大	减小 1.27%~0.75%
负载电感阶次	减小	减小	增大 0.10%~1.32%

表 3 电潜泵起动电压降与电缆长度的关系

Table 3 Relationship between starting voltage drop of ESP and cable length

$l/\text{km}$	$U_{fo}/\text{V}$	$\Delta U_{fo}/\text{V}$	$\Delta U_{fo}/U_0$	$U_{io}/\text{V}$	$\Delta U_{io}/\text{V}$	$\Delta U_{io}/U_0$
20	4373	-	-	4251	-	-
30	4819	446	7.43%	4801	550	9.17%
40	5074	255	4.25%	5121	320	5.33%
50	5239	165	2.75%	5312	191	3.18%
60	5354	115	1.92%	5455	143	2.38%

### 3 结论

(1) 基于Caputo-Fabrizio分数阶微积分建立了变频器—长电缆—电潜泵系统分数阶模型，厘定了分数阶与整数阶量化比较标准平台，比传统模型能更加准确地描述深海长电缆电力传输特性。

(2) 研究了起动电压频率、电缆长度、电缆分布电阻、电缆分布电感、电缆分布电容参数、负载特性阻抗和分数阶阶次等因素对电潜泵起动电压降的影响。发现电缆分布电感参数对电缆电压降的反常影响。

(3) 分数阶模型与整数阶模型的计算结果相对偏差绝对值变化范围是 0.10%~30.35%，特别是当电缆长度和电缆分布电阻参数变化时，模型的相对偏差绝对值

呈先减后增的V形分段。升压变压器补偿电压需要比传统设计的高三分之一。基于分数阶模型分析了起电电压降,认为在实际应用中电潜泵变频驱动电缆可以超过40 km。

## 参考文献

- [1] HORN M, COUDEVILLE F, BESPALOV E, et al. Otter: A 21Kilometer subsea tieback with dual electric submersible pumps[J]. SPE Drilling & Completion, 2004, 19(1): 52-60.
- [2] 万光芬, 王双成, 胡意茹. 海缆压降对深水油田电潜泵变频器选型的影响[J]. 自动化应用, 2015(11): 51-52, 85. [WAN G F, WANG S C, HU Y R. Influence of submarine cable pressure drop on transducer selection of deepwater electric submersible pump[J]. Automation application, 2015 (11): 51-52, 85.]
- [3] 秦世利, 张俊斌, 畅元江, 等. 流花4-1油田水下电潜泵远程控制系统研究及方案设计[J]. 中国海上油气, 2014, 03: 102-106. [QIN S L, ZHANG J B, CHANG Y J, et al. Research and design of remote control system for underwater electric submersible pump in Liuhua 4-1 oilfield[J]. China offshore oil and gas, 2014, 03: 102-106.]
- [4] 张嵘, 郝丽翠, 李志鹏, 栾德爵. 海上平台电潜泵变频系统集中应用谐波治理方法与应用[J]. 自动化技术与应用, 2017, 36(08): 34-39. [ZHANG R, HAO L C, LI Z P, LUAN D J. Harmonic treatment method and application for offshore oil field ESP's VSD system concentrate practice[J]. Techniques of Automation & Applications, 2017, 36(08): 34-39.]
- [5] 郑建峰. 海上平台电潜泵变频柜故障原因及处理——浅析IGBT击穿原因及防范措施[J]. 中国高新技术企业, 2016(17): 148-149. [ZHENG J F. Causes and treatment of frequency converter cabinet fault of ESP on offshore platform[J]. China Hi-Tech Enterprises, 2016(17): 148-149.]
- [6] 朱新宇. 海洋石油平台电网谐波的治理[J]. 中国设备工程, 2014 (05): 25-27. [ZHU X Y. Power grid harmonic control of offshore oil platform[J]. China Plant Engineering, 2014(05): 25-27.]
- [7] 田德宝. 变频长距离供电波反射问题的研究[D]. 青岛: 中国石油大学(华东), 2011. [TIAN D B. Research on wave reflection of long distance converter-fed power supply[D]. Qingdao: China University of Petroleum(East China), 2011.]
- [8] 顾根堂, 王建中. 电潜泵长距离变频启动分析与试验[J]. 自动化技术与应用, 2014, 33(06): 103-107. [GU G T, WANG J Z. Analysis of variable frequency startup for electric submersible pump with long cable[J]. Techniques of Automation & Applications, 2014, 33(06): 103-107. 2014, 33(06): 103-107.]
- [9] 李胜军. 长电缆变频驱动系统谐振过电压与起动控制分析[D]. 北京: 华北电力大学(北京), 2011. [LI S J. Analysis of resonant overvoltage and starting control of long cable variable frequency drive system [D]. Beijing: North China Electric Power University (Beijing), 2011.]
- [10] 吴强, 黄建华. 分数阶微积分[M]. 北京: 清华大学出版社, 2016. [WU Q, HUANG J H. Fractional calculus [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2016.]
- [11] LIU X, CUI X, QI L, et al. Wide-band modeling of cables based on the fractional order differential theory[C]. 2011 7th Asia-Pacific International Conference on Lightning, November 1-4, 2011, Chengdu, China, pp.604-608.
- [12] 张艳珠, 薛定宇. 一类时间分数阶传输线模型及仿真分析[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2008, 02: 170-173. [ZHANG Y Z, XUE D Y. A class of time fractional transmission line model and simulation analysis[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2008, 02: 170-173.]
- [13] 谭程, 梁志珊. 电感电流伪连续模式下Boost变换器的分数阶建模与分析[J]. 物理学报, 2014, 63(7), 070502-1-070502-10. [TAN C, LIANG Z S. The fractional order modeling and analysis of Boost converters in the inductor current pseudo continuous mode[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63 (7), 070502-1-070502-10.]
- [14] 谭程, 梁志珊, 张举丘. 电感电流伪连续模式下分数阶Boost变换器的非线性控制[J]. 物理学报, 2014, 63(20): 200502-1-200502-6. [TAN C, LIANG Z S, ZHANG J Q. Nonlinear control of fractional order Boost converters under pseudo continuous mode of inductance current[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63 (20): 200502-1-200502-6.]
- [15] TAN C, LIANG Z. Modeling and performance analysis of the fractional order quadratic Boost converter in discontinuous conduction mode-discontinuous conduction mode[J]. Modern Physics letters B, 2016, 30(6), 1650014-1-1650014-23.
- [16] XIA P C, LIANG Z S. A parameter identification method for fractional order inductance of iron core reactor[C]. Proceedings of 2016 1st International Conference on Information Technology, Information Systems and Electrical Engineering. 23-24 August 2016, Yogyakarta, Indonesia. pp.31-36.
- [17] COLE K S, COLE R H. Dispersion and absorption in dielectrics I. Alternating current characteristics[J]. The Journal of Chemical Physics, 1941, 9(4), 341-351.
- [18] WESTERLUND S, EKSTAM L. Capacitor theory[J]. IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., 1994, 1(5): 826-839.
- [19] INGO S, KLAÜS K. Modelling of lossy coils using fractional derivatives[J]. Journal of Physics D: Applied Physics. 2008, 41(4): 045001.
- [20] 俞亚娟, 王在华. 一个分数阶忆阻器模型及其简单串联电路的特性[J]. 物理学报, 2015, (23): 238401-1-238401-9. [YU Y J, WANG Z H. A fractional-order memristor model and the fingerprint of the simple series circuits including a fractional-order memris-

- tor[J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, (23): 238401-1-238401-9.]
- [21] RADWAN A G, SALAMA K N. Passive and active elements using fractional circuit[J]. *IEEE Transactions on Circuit and Systems* 2011, 58(10): 2388-2397.
- [22] 刁利杰, 张小飞, 陈帝伊. 分数阶并联  $RLaC\beta$  电路[J]. *物理学报*, 2014, 63(3): 038401. [DIAO L J, ZHANG X F CHEN D Y. Fractional order parallel  $RLaC\beta$  circuit[J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(3): 038401.]
- [23] 余战波. 分数阶 T 型  $LaC\beta$  电路仿真研究[J]. *西南大学学报自然科学版*, 2015, 37 (2): 141-147. [YU Z B. Simulation study of fractional order T type  $LaC\beta$  circuit[J]. *Journal of Southwestern University Natural Science Edition* , 2015, 37 (2): 141-147.]
- [24] ZHOU R, ZHANG R F, CHEN D Y. Fractional-order  $L\beta Ca$  low-pass filter circuit[J]. *Journal of Electrical Engineering & Technology*, 2015, 10 (4): 1598-1610.
- [25] AHMADI P, MAUNDY B, ELWAKIL A S, et al. High-quality factor asymmetric-slope band-pass filters: A fractional-order capacitor approach[J]. *IET Circuits Devices & Systems*, 2012, 6 (3): 187-197.
- [26] 何清平, 刘佐濂, 杨汝. 分数阶模拟电容和模拟电感的设计[J]. *深圳大学学报(理工版)*, 2017, 34(05): 516-520. [HE Q P, LIU Z L, YANG R. Design of simulator for fractional order capacitor and inductor[J]. *JOURNAL OF SHENZHEN UNIVERSITY SCIENCE AND ENGINEERING*, 2017, 34(05): 516-520.]
- [27] CAPUTO M, FABRIZIO M. A new definition of fractional derivative without singular kernel[J]. *Progr. Fract. Differ. Appl.* , 2015, 1(2): 73-85.
- [28] LOZADA J, NIETO J J. Properties of a new fractional derivative without singular kernel[J]. *Progr. Fract. Differ. Appl.* , 2015, 1(2): 87-92.
- [29] JIAN R L, ABDULNASIR I, CHANG P, YOKE T T. On the new properties of Caputo-Fabrizio operator and its application in deriving shifted Legendre operational matrix[J]. *Applied Numerical Mathematics*, 2018, 132(10): 138-153.
- [30] TUĞBA A, BURAK Y, DUMITRU B. New discretization of Caputo-Fabrizio derivative[J]. *Computational and Applied Mathematics*, 2018, 37(3): 3307-3333.

## Research on fractional order modeling and starting voltage drop of long distance electric submersible pump frequency drive systems in a deep sea oil field

XIA Pengcheng, LIANG Zhishan, ZUO Xin

*College of Geophysics and Information Engineering, China University of Petroleum-Beijing, Beijing 102249, China*

**Abstract** Based on Caputo-Fabrizio fractional calculus, the fractional order model of the frequency converter, the long cable and the electric submersible pump system is established. The model does not contain singular nuclei, unifies the physical dimension of the parameters of the fractional order capacitance and inductance and the integer order capacitance and inductance, and defines the comparison platform of the fractional and integer order model. This is more accurate than the traditional model to describe the transmission characteristics of long deep-sea cables. The effects of starting voltage frequency, cable length, cable resistance, cable inductance, cable capacitance parameters, load characteristic impedance and fractional order secondary factors on the starting of electric submersible pumps are studied. An abnormal influence of cable inductance parameters on cable voltage drop was found. The absolute value of the relative error of the calculated results of the fractional order model and the integer order model variation range is 0.10%~30.35%, especially when the cable length and the cable resistance parameters varied, the absolute value of relative error of the models shows a V-shaped piecewise phenomenon of first decreasing and then increasing. The compensation voltage of the step-up transformer should be one third higher than that of traditional designs. Considering the starting voltage drop based on a fractional order model, in practical application, the electric submersible variable frequency drive cable can break through the 40km distance limitation. This provides a theoretical basis for the design and safe and reliable operation of the power supply system of deep sea electric submersible pumps.

**Keywords** deep sea oil field; inverter; long cable; electric submersible pump; fractional order model; variable-frequency startup; voltage drop

doi: 10.3969/j.issn.2096-1693.2018.04.041