

功能梯度材料输流管结构振动分析和临界流速

陈严飞^{1,2*}, 高莫狄¹, 胡东¹, 宗优¹, 刘宇¹, 冯玮³

1 中国石油大学(北京)油气管道输送安全国家工程实验室/石油工程教育部重点实验室/城市油气输配技术北京市重点实验室, 北京 102200

2 大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116024

3 中集海洋工程有限公司, 深圳 518000

通信作者, ychen@cup.edu.cn

收稿日期: 2021-02-05

国家自然科学基金(52171285, 51779265)、大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室开放基金(GZ19119)、中国石油大学(北京)科研基金(2462020YXZZ045)和广东省促进经济发展专项资金(海洋经济发展用途)(GDOE[2019]A39)联合资助

摘要 输流管道常用于石油天然气行业中, 管内流速过高会引发结构失稳, 掌握输流管道临界流速的计算方法至关重要。实际工程中输流管道经常受到热荷载的作用, 比如加热输送的原油管道和供暖管道等。热荷载作用下的输流管道受到额外的轴力, 其自然振动频率及临界流速与普通输流管道存在一定的差异。基于哈密顿原理推导得到热荷载作用下两端支承输流管道的振动偏微分方程, 通过分离变量将方程简化为一元四次齐次常微分方程, 并根据临界流速条件求得其通解, 给出了适用不同边界条件的输流管道临界流速解析表达式。基于算例分析了不同边界条件下线性热应力和非线性热应力对输流管道临界流速的影响, 并与微分求积计算方法的结果进行对比, 验证了给出的解析计算方法的准确性。研究表明相对于微分求积法, 提出的解析方法计算更加简单, 准确性更高, 可以更方便的得到输流管系统的临界流速值, 有利于指导工程实践; 线性热应力和非线性热应力作用下的输流管系统的临界流速均随着热荷载的增加而降低, 且下降速度越来越快; 同等情况下非线性热应力作用下临界流速大于线性热应力作用下的临界流速, 且随着热荷载的增加, 两者间的差距逐渐增大; 对比边界条件发现, 固定边界条件能够承受的热荷载最大, 因此对热荷载作用下输流管系统施加固定边界条件有利于提高系统的稳定性。本文提出的热荷载作用下输流管道临界流速的解析方法在工程现场可以快速准确地得到准确的临界流速, 为热荷载作用下输流管道系统的设计和安全评价提供了参考依据。

关键词 输流管; 功能梯度材料; 结构振动; 临界流速; 同伦分析

Structural vibration analysis and critical velocity of FGM pipeline conveying fluid system using Homotopy Analysis Method

CHEN Yanfei^{1,2}, GAO Modi¹, HU Dong¹, ZONG You¹, YU Liu¹, FENG Wei³

1 National Engineering Laboratory for Pipeline Safety/MOE Key Laboratory of Petroleum Engineering/Beijing Key Laboratory of Urban Oil and Gas Distribution Technology, China University of Petroleum-Beijing, Beijing 102200, China

2 State Key Laboratory of Structural Analysis of Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China

3 CIMC Offshore Co. Ltd, Shenzhen 518000, China

引用格式: 陈严飞, 高莫狄, 胡东, 宗优, 刘宇, 冯玮. 功能梯度材料输流管结构振动分析和临界流速. 石油科学通报, 2022, 02: 252-260

CHEN Yanfei, GAO Modi, HU Dong, ZONG You, YU Liu, FENG Wei. Structural vibration analysis and critical velocity of FGM pipeline conveying fluid system using Homotopy Analysis Method. Petroleum Science Bulletin, 2022, 02: 252-260. doi: 10.3969/j.issn.2096-1693.2022.02.023

Abstract Pipes conveying fluid is frequently applied in the oil & gas industry. Excessive flow velocity in the pipe will give rise to instability of the pipeline structure. It is highly significant to determine the critical velocity for structural stability design and safety evaluation of those pipes. In practical engineering, pipes conveying fluid is often affected by thermal load, such as heating crude oil pipeline and heating pipeline. The natural vibration frequency and critical flow velocity of pipes conveying fluid under thermal load are different from those of the ordinary flow transmission pipeline. Based on Hamilton's principle, the vibration partial differential equation of pipes conveying fluid supported at both ends under thermal load is derived. By separating variables, the equation is simplified into a univariate quartic homogeneous ordinary differential equation, the general solution is obtained according to the critical velocity conditions, and the analytical expression of critical velocity of pipes conveying fluid suitable for different boundary conditions is given. Based on numerical examples, the effects of linear thermal stress and nonlinear thermal stress on the critical velocity of pipes conveying fluid under different boundary conditions are analyzed, and compared with the results of differential quadrature calculation method to verify the accuracy of the analytical calculation method. The research demonstrated that compared with the differential quadrature method, the proposed analytical method is simpler and more accurate, and can more conveniently obtain the critical velocity of pipes conveying fluid system, which is conducive to guiding the engineering practice. Under the action of linear thermal stress and nonlinear thermal stress, the critical flow rate of the pipes conveying fluid system decreases with the increase of thermal load, and the decreasing speed is faster and faster. In the same case, the critical velocity under nonlinear thermal stress is greater than that under linear thermal stress, and the gap between them gradually increases with the increase of thermal load. Compared with the boundary conditions, it is found that the fixed boundary conditions can bear the largest thermal load. Therefore, the application of fixed boundary conditions to pipes conveying fluid system under thermal load is conducive to improve the stability of the system. The analytical method of critical velocity of pipes conveying fluid under thermal load proposed in this paper can easily and quickly obtain the accurate critical velocity in the engineering field, which provides a reference basis for the design and safety evaluation of pipes conveying fluid system under thermal load.

Keywords pipe conveying fluid; functionally graded materials; structural vibration; critical velocity; homotopy analysis method

doi: 10.3969/j.issn.2096-1693.2022.02.023

输流管道振动是引起管道机械磨损与疲劳失效的重要因素之一。当输流管道受到的激振力频率与管道系统的频率相等或者接近时,就形成了机械共振。此时,输流管道会发生较大的振动和变形,甚至破裂。在过去的几十年中,国内外学者对输流管道的动力学和稳定性开展了广泛的研究。据paièdousis和Issid^[1]报道,Bourrières^[2]首次对输送流体的管道动力学进行了认真的研究。Kuiper和Metrikine^[3]分析了左固右简边界条件下管道的稳定性。悬臂管道在高流速下通过霍普夫分岔将发生颤振不稳定性^[4-5]。Lee Sen Yung等人^[6-7]考虑科里奥利力的影响,求解了倾斜旋转铁木辛柯梁的自由振动频率。郝逸、王文明等人^[8]利用微元法分析了深水隔水管横向振动固有频率。厉瞳瞳、梁伟等人^[9]运用积分变换求解了变截面深水钻井隔水管系统涡激振动问题。

功能梯度材料(简称FGM)是指材料属性随空间位置呈连续梯度变化的新型复合材料^[7]。FGM可以通过设计体积分数的函数来任意调整功能梯度材料结构的特性^[10]。在材料制备技术高速发展的今天,FGM在抗断裂^[11]、耐磨损^[12]等方面显示出远远优于传统材料的

特性。然而,有关FGM的文献主要集中在FGM的梁、板和壳^[13-16],关于FGM管道输送流体的结构动力特性研究文献相对较少。

Sheng和Wang^[17]研究了FGM管道在机械荷载和热荷载作用下的振动响应。Setoodeh和Afrhim^[18]采用Galerkin方法计算了FGM管道的固有频率。边祖光等人^[19]对正交各向异性功能梯度圆柱壳的自由振动开展了研究。Filiz和Aydogdu^[20]研究了FGM纳米管中的波传播。Ansari等人^[21]结合尺寸效应和哈密顿原理对输流管的固有频率进行了研究。Shen等人^[22]、Dai等人^[23]、You和Inaba^[24]对非均匀材料输流管的稳定性进行了研究。刘辰^[25]通过微分求积法研究了功能梯度输流管的振动及失稳。

虽然针对功能梯度材料输流管道结构振动问题国内外开展了一些研究工作,但目前大多采用近似方法得到,但整体计算精度较低,高阶收敛性较差。本文结合同伦分析方法^[26],给出了变材料输流管道的固有频率计算方法,并与其它近似方法进行了对比分析,证明同伦方法在具有较好的准确性同时具有非常好的计算效率,结合计算结果,进而给出了常见四种边界

条件下临界流速与体积分数指数的图像，可以直观判断管道是否发生失稳，可以用于功能梯度材料输流管道结构分析和安全评价。

1 基本假设与基本方程

1.1 功能梯度材料输流管问题基本假设

假设管道材料为各向同性的黏弹性材料，流体不可压缩且无黏性，忽略管道运动对流体的影响，假设流体的流动速度方向垂直于管道横截面，速度大小平均分布，考虑管道材料为FGM，假设从圆心到管道截面任一点处距离为 r ，称为有效半径，内表面和外表面材料属性均可用密度、弹性模量和体积分数描述，则整条管道材料属性为

$$\begin{cases} \rho = V_i \rho_i + V_o \rho_o \\ E = V_i E_i + V_o E_o \\ G = V_i G_i + V_o G_o \end{cases} \quad (1)$$

其中， ρ —管道材料密度， kg/m^3 ；

E —弹性模量，Pa；

G —剪切弹性模量，Pa；

V —体积分数，%；

下标 i, o 分别代表内表面和外表面。

材料的体积分数 V 可以用式(2)描述

$$\begin{cases} V_i = \left(\frac{R_o - r}{R_o - R_i} \right)^n \\ V_o = 1 - V_i \end{cases} \quad (2)$$

其中 R_i 和 R_o 分别代表管道内径和外径。

基于梁模型考虑以下4种边界条件：

两端固支边界条件

$$\begin{aligned} y(0,t) = 0, \quad y'(0,t) = 0 \\ y(L,t) = 0, \quad y'(L,t) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

两端简支边界条件

$$\begin{aligned} y(0,t) = 0, \quad y''(0,t) = 0 \\ y(L,t) = 0, \quad y''(L,t) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

悬臂梁边界条件

$$\begin{aligned} y(0,t) = 0, \quad y'(0,t) = 0 \\ y''(L,t) = 0, \quad y'''(L,t) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

左端固支右端简支

$$\begin{aligned} y(0,t) = 0, \quad y'(0,t) = 0 \\ y(L,t) = 0, \quad y''(L,t) = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

上述4种边界条件中， $y(x, t)$ 代表着管道沿 y 轴方向的挠度， x 和 t 分别代表空间坐标与时间坐标， L 为管道长度。

1.2 功能梯度材料输流管问题基本方程

图1描述的是一条水平放置长为 L 的输送流体的管道，其横截面积为 A ，惯性矩为 I ，泊松比 ν 为常数，流体运动速度为 U 。管道内径为 R_i ，外径为 R_o ，壁厚为 h ，则输流管的控制方程可以描述为

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + (m_i U^2 + pA - T) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \\ 2m_i U \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + m_f \frac{\partial U}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial x} + (m_f + m_p) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

式中， E —材料弹性模量，Pa；

m_p —单位长度管道质量， kg/m ；

m_f —单位长度流体质量， kg/m ；

p —流体压强，Pa；

T —管道轴向拉力，N。

根据Euler-Bernoulli梁理论，不考虑内压以及轴向力，管输流体以恒定速度流动，则输流管系统控制方程可描述为

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m_i U^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + 2m_i U \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + (m_f + m_p) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (8)$$

式(8)中， m_p 与 m_f 分别代表单位长度管道质量与流体质量， $y(x, t)$ 代表着管道沿 y 轴方向的挠度， x 和 t 分别代表空间坐标与时间坐标。

$$\begin{aligned} m_p &= \int_A \rho dA = \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^{R_o} \rho r dr d\theta \\ \rho &= V_i \rho_i + V_o \rho_o \\ EI &= \int_A E z^2 dA = \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^{R_o} E r^2 \sin^2(\theta) r dr d\theta \\ E &= V_i E_i + V_o E_o \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)中， ρ —管道材料平均密度， kg/m^3 ；

ρ_i —管道材料内表面密度， kg/m^3 ；

ρ_o —管道材料外表面密度， kg/m^3 ；

V_i —管道材料内表面体积分数，%；

V_o —管道材料外表面体积分数，%；

E_i —管道材料内表面弹性模量，Pa；

E_o —管道材料外表面弹性模量，Pa；

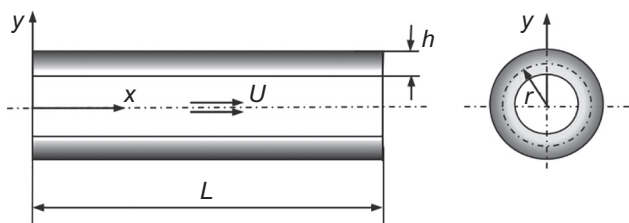


图1 功能梯度材料输流管系统示意图

Fig.1 Schematic of FGM pipe conveying fluid e system

θ —有效半径参考点与竖直平面的夹角, rad。

对于式(8), 引入如下无量纲参数

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \eta = \frac{Y}{L}, \quad u = UL \left(\frac{m_f}{(EI)^*} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \beta = \frac{m_f}{m_f + m_p},$$

$$\tau = \frac{t}{L^2} \left(\frac{(EI)^*}{m_f + m_p} \right)^{\frac{1}{2}}$$

同时运用分离变量技巧, 假设挠度方程为

$$y(x, t) = Y(x)e^{o\tau} \quad (10)$$

则方程(8)转化为

$$\frac{d^4\eta}{d\xi^4} + u^2 \frac{d^2\eta}{d\xi^2} + 2u\omega\sqrt{\beta} \frac{d\eta}{d\xi} + \omega^2\eta = 0 \quad (11)$$

2 功能梯度材料输流管问题的同伦分析解法

2.1 同伦分析

对于式(11), 取线性算子

$$L = \frac{d^4}{d\xi^4} \quad (12)$$

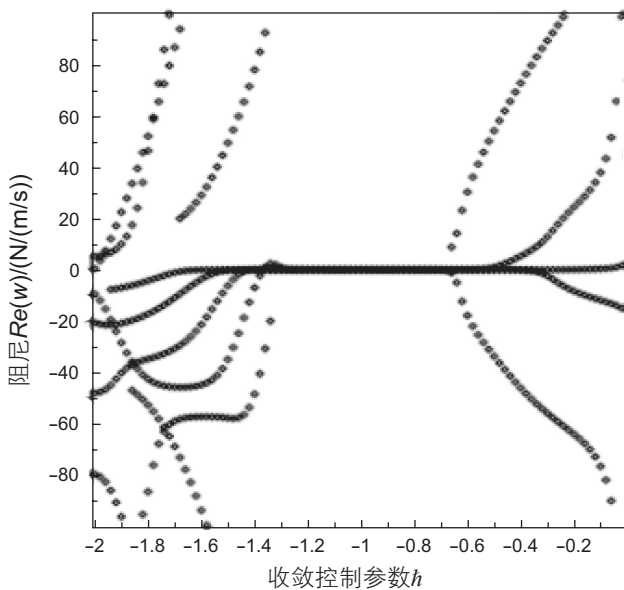
辅助函数取为

$$H(\xi) = 1 \quad (13)$$

初始猜测解取为

$$\eta_0(\xi) = a\xi^3 + b\xi^2 + c\xi + d \quad (14)$$

其中, a, b, c, d 为 4 个待定系数。



$\varphi=10, U=10 \text{ m/s}$

根据同伦分析法

$$R_m(\bar{\eta}_{m-1}, \xi) = \eta_{m-1}^{(4)}(\xi) + u^2 \eta_{m-1}''(\xi) + 2u\omega\sqrt{\beta} \eta_{m-1}'(\xi) + \omega^2 \eta_{m-1}(\xi)$$

$$\eta_m(\xi) = \chi_m \eta_{m-1}(\xi) + \hbar \int_0^\xi \int_0^{x_4} \int_0^{x_3} \int_0^{x_2} R_m(\bar{\eta}_{m-1}, x_1) dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 \quad (15)$$

式(15)中, 为简化推导, 定义矢量 $\bar{\eta}_{m-1} = \{\eta_0(\tau), \eta_1(\tau), \eta_2(\tau), \dots, \eta_{m-1}(\tau)\}$ 。

结合(14)和式(15), 可依次迭代得到 n 阶近似解

$$\tilde{\eta}_n(\xi; a, b, c, d, \hbar, \omega) = \sum_{i=0}^n \eta_i(\xi) \quad (16)$$

以两端固支为例, 上式代入边界条件中, 可得

$$\begin{cases} \tilde{\eta}_n(0; a, b, c, d, \hbar, \omega) \\ \tilde{\eta}_n'(0; a, b, c, d, \hbar, \omega) \\ \tilde{\eta}_n(1; a, b, c, d, \hbar, \omega) \\ \tilde{\eta}_n'(1; a, b, c, d, \hbar, \omega) \end{cases} \quad (17)$$

将式(17)整理为列向量矩阵乘法形式

$$[\mu]_{4 \times 4} [\lambda]_{4 \times 4} = 0 \quad (18)$$

其中, 矩阵 μ 中的每个元素都是关于 \hbar 和 ω 的式子, 矩阵 $\lambda = [a, b, c, d]^T$ 。

根据矩阵的性质, 欲保证式(18)非零解存在, 则必有

$$\det(\mu) = 0 \quad (19)$$

2.2 参数选择

式(19)描述的是 \hbar (收敛控制参数, 无量纲) 和 ω 的隐函数关系式, 对于输流管问题, ω 一般为复数,

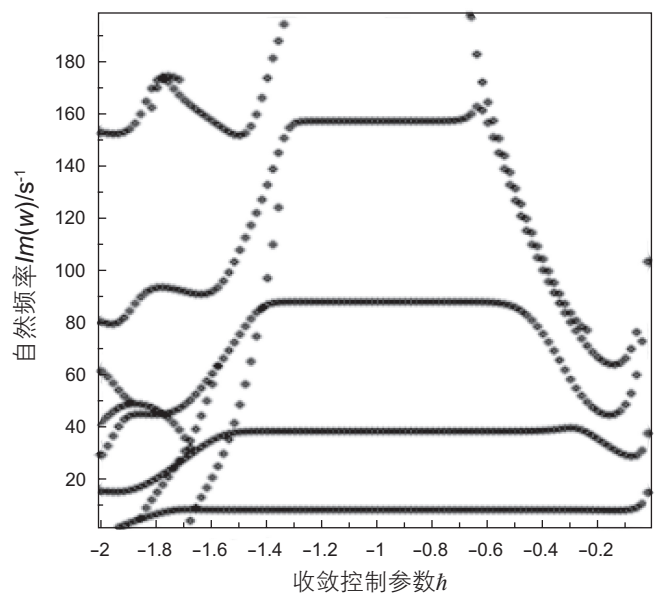


图 2 基本输流管系统的 $h-\omega$ 曲线

Fig. 2 $h-\omega$ curve of basic conveying fluid system

这给 $h-\omega$ 曲线的绘制造成了困扰。为了得到目标图像, 本文将对 $[-2, 0]$ 内的 h 值离散为 101 个点, 对每一个离散点求解式(19)得到对应的 ω 值, 这样就可以得到 $h-Re(\omega)$ 和 $h-Im(\omega)$ 散点图。

选择表 1 中的数据进行 $h-\omega$ 的计算, 考虑两端简支边界条件下不同体积分数指数及流速流体, 分别计算得到 $h-\omega$ 曲线图。每个 $h-\omega$ 曲线图中都存在着 h 的平整段。 h 只有在这个范围内取值, 计算结果才收敛。无论实部 $Re(\omega)$ 和虚部 $Im(\omega)$ 在取 $h \in [-1.2, -0.8]$ 的时候, 同伦分析法可以计算得到收敛的近似解。同时图 2 表明随着体积分数指数和流体流速的不断增加, h 平整段逐渐变窄, 说明体积分数指数比和流体流速越大的时候, 收敛控制参数的选取越受限制。

2.3 收敛性分析

图 3 描述的是在两端简支边界条件下 $h=-1, n=2, U=5$ m/s 输流管系统迭代 20 次的前八阶频率, 可以看出同伦分析法计算得出的一阶频率迭代 3 次就已收敛, 二阶频率迭代 5 次收敛, 三阶频率迭代 7 次收敛, 四阶频率迭代 9 次收敛, 更是在 20 次迭代步数内八阶频

率皆收敛。

3 结果分析

3.1 准确性验证

图 2 和图 3 证明了同伦分析法解输流管系统问题的可行性, 同时说明同伦分析法收敛性很好。在表 2 中, 同伦分析法(HAM)的计算结果与解析解^[27]及DTM的计算结果保持一致, 与DQM计算结果略有差异, 这说明同伦分析法的计算结果是十分精确地, 在计算精度上优于DQM。根据Ni^[28], DTM方法得到收敛的四阶频率值是在 30 阶之后, 而同伦分析法得到收敛的四阶频率仅需 15 阶, 这说明同伦分析法在计算速度上是优于DTM的。

通过同伦分析法计算无量纲流速 $u=0$ 以及 $u=2$ 的工况, 并与EI-Sayed^[26]的计算结果进行对比验证。在表 3 中, 流速增加时, 输流管的自然频率会显著变化, 而无量纲流速与管道长度有关, 管道越长, 无量纲流速越大, 流体与管壁之间的相互作用也就越大。所以

表 1 FGM 管道材料属性

Table 1 Material property of FGM pipeline

参数名称及符号	参数数值	参数名称及符号	参数数值
管道长度 L	10 m	内表面材料密度 ρ_i	3210 kg/m ³
管道外径 R_o	0.05 m	外表面材料密度 ρ_o	4515 kg/m ³
管道内径 R_i	0.045 m	内表面材料弹性模量 E_{Al}	4.4×10^{11} Pa
流体密度 ρ_f	1000 kg/m ³	外表面材料弹性模量 E_{CNT}	1.15×10^{11} Pa

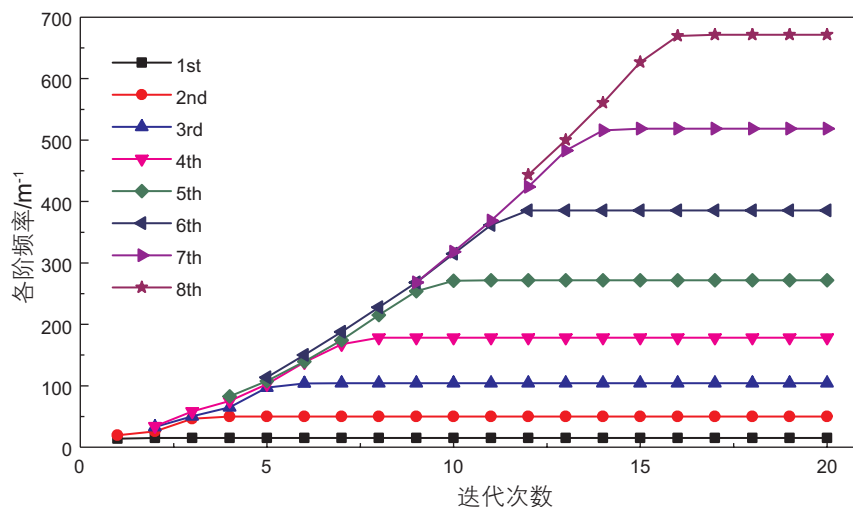


图 3 两端简支边界条件下 $h=-1, n=2, U=5$ m/s 输流管系统迭代 20 次各阶频率值

Fig. 3 Natural frequencies of conveying fluid pipeline system with 20 iteration times under pinned-pinned boundary condition with $h=-1, n=2, U=5$ m/s

表 2 在 $u=0$ 时同边界条件下的输流管自然频率Table 2 Natural frequencies of conveying fluid pipeline under different boundary conditions with $u=0$

边界条件	方法	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4
两端固支	DTM	3.5160	22.0345	61.6972	120.9019
	DQM	3.5167	22.0389	61.7096	120.9260
	精确解	3.5160	22.0345	61.6972	120.9019
	HAM	3.5160	22.0345	61.6972	120.9019
两端简支	DTM	9.8696	39.4784	88.8264	157.9137
	DQM	9.8716	39.4863	88.8442	157.9454
	精确解	9.8696	39.4784	88.8264	157.9137
	HAM	9.8696	39.4784	88.8264	157.9137
悬臂梁	DTM	22.3733	61.6728	120.9034	199.8594
	DQM	22.3778	61.6852	120.9276	199.8995
	精确解	22.3733	61.6728	120.9034	199.8594
	HAM	22.3733	61.6728	120.9034	199.8594

表 3 $\beta=0.5$ 时左固右简边界条件不同流速前四阶频率Table 3 First fourth order frequencies with different velocity under clamped-pinned boundary condition with $\beta=0.5$

无量纲流体速度	方法	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4
$u=0$	精确解	15.418 21	49.964 87	104.247 72	178.269 79
	TMM ^[29]	15.418 21	49.964 86	104.247 70	178.269 73
	HAM	15.418 21	49.964 86	104.247 70	178.269 73
$u=2$	精确解	13.607 78	48.385 75	102.692 95	176.729 19
	TMM ^[29]	13.607 78	48.385 74	102.692 93	176.729 13
	HAM	13.607 78	48.385 74	102.692 94	176.729 83

在对管道振动频率进行研究时, 要考虑到流体与管壁之间的相互作用。

3.2 临界流速

在输流管系统中, 实部 $Re(\omega)$ 代表系统受到的阻尼, 虚部 $Im(\omega)$ 代表系统的振动频率, 当 $Re(\omega) < 0$, $Im(\omega) = 0$ 时, 系统称为静态失稳; 当 $Re(\omega) < 0$, $Im(\omega) > 0$ 时, 称为动态失稳; 当时 $Re(\omega) > 0$, 系统是稳定的; 当时 $Re(\omega) = 0$, 系统处于平衡状态, 这时对应的流体流速即为临界流速, 所以我们通过衡量临界流速的大小即可判断系统是否失稳。

由于数值计算出的最终结果为虚数, 其实部代表系统阻尼, 虚部代表振动频率, 所以很难直接绘制出振动频率与流体流动速度的图像, 所以将 $U \in [0, 120]$ 以 1 为间隔离散为 121 个点, 对每一个流速进行计算, 分别得到系统阻尼与振动频率, 而后将计算出的结果按照 $Im(\omega) > 0$ 从小到大进行排序, 即可分别绘制 $U-Re(\omega)$ 与 $U-Im(\omega)$ 图像。

经过计算, 得到了 4 种边界条件下 $U-Re(\omega)$ 和 $U-Im(\omega)$ 的图像。由图可知, 流速为零时, 系统阻尼 $Re(\omega) = 0$, 随着流速增大, 振动频率 $Im(\omega)$ 逐渐减小。图 4 展示了两端固支条件下输流管系统阻尼与振动频率随流速的变化规律。对于两端固支、左固右简、两端简支边界条件而言, 当一阶频率减小至零时, 开始出现 $Re(\omega) > 0$, 流速达到临界值, 此时输流管系统平衡被破坏, 整个系统处于静态失稳状态。当流速继续增加到一定值时, 振动频率再次出现, 这时的系统处于动态失稳状态。动态失稳状态下, 随着流速的增加, $U-Im(\omega)$ 图像将会出现叉型分岔, 分岔出现后, 一阶频率曲线与二阶频率曲线重合; 对于悬臂梁边界条件, 一阶频率减小至零时, 系统阻尼仍然保持 $Re(\omega) \leq 0$, 此时达到的速度不是临界流速, 在经历了霍普夫分岔(分岔点处两阶频率并不重合)之后出现系统阻尼 $Re(\omega) > 0$, 此时系统的流速为临界流速。

由图 5 中可得, 每一种边界条件下, 不同的体积分数指数对应着不同的临界流速。同时随着体积分数

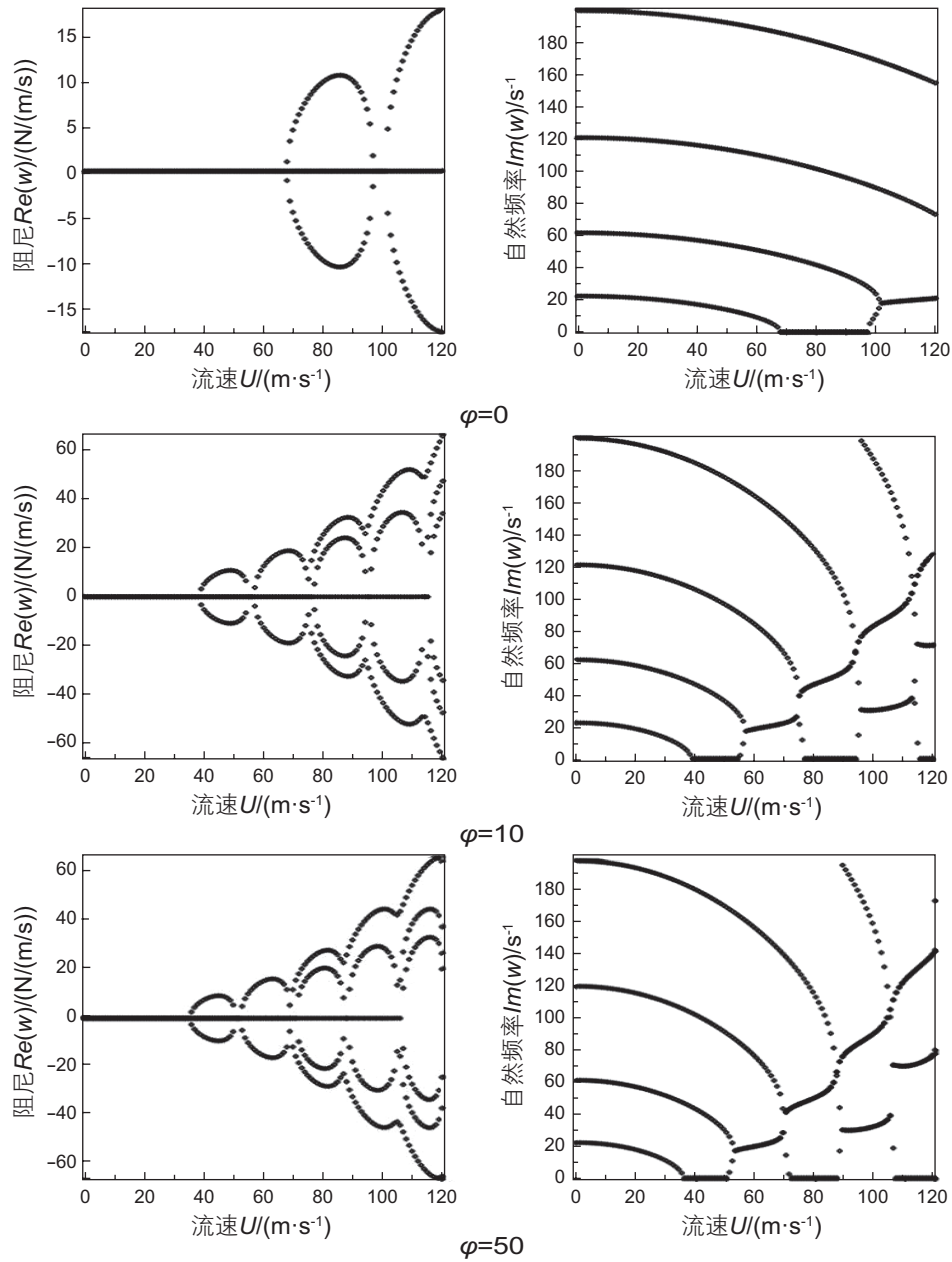


图4 两端固支边界条件下输流管系统自然频率与流体流速的图像

Fig. 4 Diagram of natural frequencies and fluid velocity under clamped-clamped boundary condition

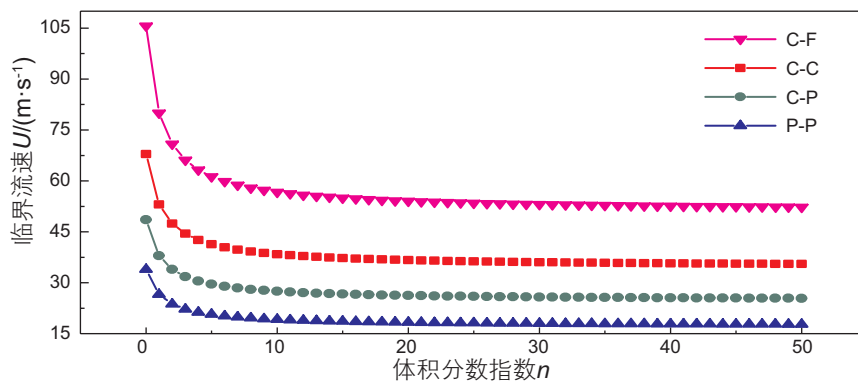


图5 临界流速—体积分指数关系图

Fig. 5 Diagram of critical flow velocity-volume fraction index

指数 φ 的增加, 临界流速不断减小, 而且在 $\varphi \leq 10$ 的时候临界流速变化非常显著, 在 $\varphi > 10$ 以后趋于平缓。因此在体积分数指数较小时, 不能忽略其对管道自然频率的影响。在给定边界条件下任取一点, 在曲线下方面表明输流管处于稳定状态, 在曲线上表明输流管处于临界状态, 在曲线上方表明输流管处于失稳状态。所以在输送质量比不变, 确定了管道材料的情况下, 可以通过确认体积分数指数的值来确定输流管系统临界流速。

4 结论

本文基于同伦分析法提出了适用于不同边界条件下功能梯度材料输流管道自振频率的计算方法, 得到

的主要结论如下:

(1) HAM方法可以较为准确计算功能梯度材料输流管道的固有频率, 计算高阶频率时收敛性好, 收敛速度快, 能提升计算效率。两端简支边界条件下, HAM方法得到一阶收敛频率仅需迭代3次。同等条件下, DTM方法得到收敛的四阶频率值在30步迭代之后, 而同伦分析法仅需15步迭代。

(2) 在体积分数指数较小时, 体积分数指数对输流管固有频率的影响较大, 随着体积分数指数的增加, 输流管系统的固有频率迅速减小。因此, 在体积分数较小时不能忽略其对自然频率的影响。

(3) 给出4种边界条件下的临界流速—体积分数指数关系图可以直观准确地判断变材料输流管道系统是否失稳, 具有一定的工程指导意义。

参考文献

- [1] PAÏDOUSSIS M P, ISSID N T. Dynamic stability of pipes conveying fluid[J]. *Sound & Vibration*, 1974, 33(3): 267–294.
- [2] BOURRIÈRES F J. Sur un phénomène d'oscillation auto-entretenu en mécanique des fluides[C]. *Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air*, E. Blondel La Rougery, Gauthier-Villars, Paris, 1939.
- [3] KUIPER G L, METRIKINE A V. On stability of a clamped-pinned pipe conveying fluid[J]. *Heron*, 2004, 49(3): 211–232.
- [4] NI Q, WANG L, QIAN Q. Bifurcations and chaotic motions of a curved pipe conveying fluid with nonlinear constraints[J]. *Computers & Structures*, 2006, 84: 708–717.
- [5] TORNABENE F, MARZANI A, VIOLA E, et al. Critical flow speeds of pipes conveying fluid using the generalized differential quadrature method[J]. *Advances in Theoretical and Applied Mechanics*, 2010, 3: 121–138.
- [6] LEE S Y, SHEU J J. Free vibrations of a rotating inclined beam[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2007, 74(3): 406–414.
- [7] 朱兹祯, 王纬波, 殷学文, 等. 基于分层模型的功能梯度输流管道耦合振动[J]. *振动与冲击*, 2019, 38(20): 203–209+259. [ZHU H Z, WANG W B, YIN X W, et al. Coupling vibration of functionally graded pipeline based on layered model[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2019, 38(20): 203–209+259]
- [8] 郝逸, 王文明, 李皓冉, 等. 基于非线性模型的深水隔水管横向振动固有频率分析[J]. *石油科学通报*, 2018, 3(03): 332–341. [HAO Y, WANG W M, LI H R, et al. Natural frequency analysis of transverse vibration of deepwater riser based on nonlinear model[J]. *Petroleum Science Bulletin*, 2018, 3(03): 332–341.]
- [9] 厉瞳瞳, 梁伟, 安晨, 等. 变截面深水钻井隔水管系统涡激振动模型及其解法[J]. *石油科学通报*, 2017, 2(04): 507–518. [LI T T, LIANG W, AN C, et al. Vortex-induced vibration model and its solution for variable cross section deepwater drilling riser system[J]. *Petroleum Science Bulletin*, 2017, 2(04): 507–518.]
- [10] LIAGHAT F, HEMATIYAN M R, KHOSRAVIFARD A. Material tailoring in functionally graded rods undertorsion[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2014; 228(18): 3283–3295.
- [11] 邢世凯, 李聚霞, 吴立勋, 等. 金属—陶瓷梯度功能材料在内燃机上的应用研究[J]. *机械工程材料*, 2005, (05): 61–63. [XING S K, LI J X, WU L X, et al. Application of metal-ceramic functionally graded materials in internal combustion engine [J]. *Materials for Mechanical Engineering*, 2005(05): 61–63.]
- [12] 刘华伟, 刘学武, 张广文. 功能梯度材料制备工艺及研究进展[J]. *机械设计与制造*, 2012, (04): 265–267. [LIU H W, LIU X W, ZHANG G W. Preparation technology and research progress of functionally graded materials [J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2012, (04): 265–267.]
- [13] SU H, BANERJEE J R. Development of dynamic stiffness method for free vibration of functionally graded Timoshenko beams[J]. *Computers & Structures*, 2015, 147: 107–116.
- [14] ZAFARMAND H, KADKHODAYAN M. Three-dimensional static analysis of thick functionally graded plates using graded finite element method[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2014, 228: 1275–1285.

- [15] BIRMAN V, BYRD L W. Modeling and analysis of functionally graded materials and structures[J]. *Applied Mechanics Reviews*, 2007, 60: 195–216.
- [16] GUPTA A, TALHA M. Recent development in modeling and analysis of functionally graded materials and structures[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2015, 79: 1–14.
- [17] SHENG G G, WANG X. Thermomechanical vibration analysis of a functionally graded shell with flowing fluid[J]. *European Journal of Mechanics A-Solids*, 2008, 27: 1075–1087.
- [18] SETOODEH A R, AFRAHIM S. Nonlinear dynamic analysis of FG micro-pipes conveying fluid based on strain gradient theory[J]. *Composite Structures*, 2014, 116: 128–135.
- [19] 边祖光, 陈伟球, 丁皓江. 正交各向异性功能梯度圆柱壳的自由振动[J]. *应用力学学报*, 2004, (03): 75–78+163. [BIAN Z G, CHEN W Q, DING H J. Free vibration of orthotropic functionally graded cylindrical shells[J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2004, (03): 75–78+163.]
- [20] FILIZ S, AYDOGDU M. Wave propagation analysis of embedded (coupled) functionally graded nanotubes conveying fluid[J]. *Composite Structures*, 2015, 132: 1260–1273.
- [21] ANSARI R, GHOLAMI R, NOROUZZADEH A. Size-dependent vibration and instability of fluid-conveying functionally graded microshells based on the modified couple stress theory[J]. *Microfluid Nanofluid*, 2015, 19: 509–522.
- [22] SHEN H J, WEN J H, YU D L, et al. The vibrational properties of a periodic composite pipe in 3D space[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 328: 57–70.
- [23] DAI H L, WANG L, NI Q. Dynamics of a fluid-conveying pipe composed of two different materials[J]. *International Journal of Engineering Science*, 2013, 73: 67–76.
- [24] YOU J H, INABA K. Fluid-structure interaction in water-filled thin pipes of anisotropic composite materials[J]. *Journal of Fluid and Structures*, 2013, 36: 162–173.
- [25] 刘辰. 功能梯度输流管的振动和失稳分析[D]. 北京交通大学, 2012. [LIU C. Vibration and instability analysis of functionally gradient pipe[D]. Beijing Jiaotong University, 2012.]
- [26] 廖世俊, 刘曾. 同伦分析方法进展综述[J]. *力学进展*, 2019, 49(00): 237–273. [LIAO S J, LIU Z. Review of homotopy analysis methods[J]. *Advances in Mechanics*, 2019, 49(00): 237–273.]
- [27] THOMSON W T. *Theory of vibration with applications*[M]. Prentice-Hall, 1972.
- [28] NI Q, ZHANG Z L, WANG L. Application of the differential transformation method to vibration analysis of pipes conveying fluid[J]. *Applied Mathematics & Computation*, 2011, 217(16): 7028–7038.
- [29] EI-SAYED T A, EI-MONGY H H. Free vibration and stability analysis of a multi-span pipe conveying fluid using exact and variational iteration methods combined with transfer matrix method[J]. *Applied Mathematical Modeling*, 2019, 71: 173–193.

(责任编辑 李世远 编辑 马桂霞)