

双重有效应力再认识及其综合作用

毛小龙, 刘月田*, 冯月丽, 郑文宽, 刘思平

中国石油大学油气资源与探测国家重点实验室, 北京 102249

* 通信作者, lyt51@163.com

收稿日期: 2018-06-12

本文由国家自然科学基金项目“各向异性裂缝页岩气藏渗流机理与理论研究”(51374222); 国家重大专项“中东典型碳酸盐岩油藏改善水驱开发效果关键技术研究”(2016ZX05032005-002); 国家重点基础研究发展计划“陆相致密油高效开发基础研究”(2015CB250905); 中国石油重大科技专项“火山岩油藏效益开发关键技术研究与应用”(2017E-0405) 联合资助

摘要 Terzaghi 有效应力原理只考虑了土体结构变形, 为了适应更一般的情况, 李传亮提出了多孔介质的双重有效应力: 本体有效应力和结构有效应力。双重有效应力概念简洁易懂, 被广泛引用, 然而两个有效应力表达式及其导出的孔隙压缩系数和应力敏感理论却与测试结果相矛盾。本文在多孔介质的应力应变分析基础上, 推导出了新的双重有效应力表达式, 分析其综合作用并得到了总有效应力表达式, 与 Laughton 等实验以及 Hall 图版对比, 论证了其适用性, 并给出了应用实例。研究表明: 旧双重有效应力表达式与 Biot、Bishop 早期提出的两个有效应力表达式相同, 与 Laughton 等高压实验结果相矛盾; 新双重有效应力首次提出了颗粒形状变形及其对岩石总体积应变的影响, 而未能考虑颗粒间变形和颗粒形状变形是旧孔隙压缩系数理论计算值远小于实验测试值的根本原因; 新双重有效应力与 Skempton 有效应力内涵相同, 其综合作用得到的总有效应力方程与 Skempton 有效应力方程一致; 新双重有效应力很好地解释了 Laughton 等经典实验测试结果, 其导出的孔隙压缩系数与 Hall 图版认识一致, 从应变机理上论证了岩石孔隙压缩系数与孔隙度负相关、低渗透油藏应力敏感程度更强的实验认识。

关键词 双重有效应力; 压缩系数; 颗粒体积变形; 颗粒形状变形; 颗粒间变形; 应力敏感

0 引言

Terzaghi^[1-3]有效应力原理是土力学的奠基石, 是土力学成为一门独立学科的重要标志。Terzaghi 有效应力原理是基于实验观察结果提出的, 实验中多孔介质(如砂土、黏土和混凝土)在静水压中是似乎不可压缩的, 其引起的土体体积和强度变化几乎观察不到; 土体体积和强度变化仅仅由总应力与孔隙流压力的差值变化引起; 定义孔隙流体压力为中和应力, 有效应力为总应力与孔隙流压之差:

$$\sigma_{\text{eff}} = \sigma - p \quad (1)$$

式中, σ_{eff} 为有效应力, σ 为总应力, p 为孔隙流压, 单位为 Pa 或者 MPa。

Terzaghi 实验测试压力为 0 到数百个大气压, 假设土颗粒不可压缩(土颗粒压缩系数相对于土体压缩系数极小), 土体变形完全由颗粒间变形引起。基于 Terzaghi 有效应力原理不考虑颗粒变形, 李传亮^[4]于 1999 年提出了双重有效应力这一概念: 定义因骨架颗粒的变形而导致的介质整体变形为本体变形, 对应于本体有效应力; 因介质骨架颗粒空间结构上的变化即骨架颗粒之间的相对位移而导致的介质整体变形为结构变形, 对应于结构有效应力, 多孔介质总变形是这

引用格式: 毛小龙, 刘月田, 冯月丽, 郑文宽, 刘思平. 双重有效应力再认识及其综合作用. 石油科学通报, 2018, 04: 390-398

MAO Xiaolong, LIU Yuetian, FENG Yueli, ZHENG Wenkuan, LIU Siping. Re-recognition of dual effective stresses and the comprehensive effect. Petroleum Science Bulletin, 2018, 04: 390-398. doi: 10.3969/j.issn.2096-1693.2018.04.035

两种变形的代数和。本体有效应力和结构有效应力分别为：

$$\sigma_{\text{bg,eff}} = \sigma - \phi p \quad (2)$$

$$\sigma_{\text{bc,eff}} = \sigma - \phi_c p = \sigma - (1 - \alpha_c) p \quad (3)$$

式中， $\sigma_{\text{bg,eff}}$ 为本体有效应力， $\sigma_{\text{bc,eff}}$ 为结构有效应力，单位为 Pa 或者 MPa； ϕ 为孔隙度， ϕ_c 接触孔隙度， α_c 为颗粒间接触面积与总横截面积的比值。

双重有效应力概念的提出为多孔介质力学的发展起到了一定的推动作用。双重有效应力本体变形和结构变形与国外许多学者 50~60 年代提出的颗粒变形和颗粒间变形内涵相同，而油藏工程中，由于有双重介质这一相近名词，使得双重有效应力这个概念简洁易懂，被国内许多油藏工程学者引用。据中国知网统计，截至 2018 年 5 月，提出双重有效应力的文献^[4]直接引用量已达到 189 次，基于双重有效应力的压缩系数和应力敏感等各种相关研究则更为广泛。然而，两个有效应力表达式与 Biot^[5-6]、Bishop^[7]等学者早期提出的两个有效应力表达式相同，而这两个表达式与 1955 年 Laughton^[8]经典铅粒高压实验相矛盾，在 60 年代后被逐渐弃用，Skempton^[9]、Bishop^[10]等人提出的有效应力表达式则渐渐被接受。此外，由李传亮双重有效应力原理导出的相关理论体系出现了许多与实验相矛盾的认识。首先，其认为岩石孔隙压缩系数比岩石颗粒压缩系数低，其值应该在 $10^{-7} \sim 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$ 级别，而不是实验测试得到的 $10^{-4} \sim 10^{-3} \text{ MPa}^{-1}$ 级别^[11]；同时，认为岩石孔隙压缩系数应该与孔隙度成正比，即认为传统实验测试和 Hall^[12]图版存在逻辑反转问题^[13-14]；而且还认为低渗透储集层应力敏感比高渗透储层应力敏感更低，而不是低渗透储层应力敏感更强^[15]。这些认识引发了极大的争议^[16-19]，给油藏工程研究造成了困扰，因此十分有必要重新推导双重有效应力的正确表达式，从而方便其在油藏工程中正确应用。

本文将在多孔介质应力应变分析基础上，推导出新的双重有效应力表达式，并分析其综合作用效果得到其总有效应力表达式，并与 Laughton^[8]等实验、Hall^[12]图版结果对比，论证其正确性和适用性。

1 多孔介质应力应变分析

先分析颗粒应力和颗粒间应力：

(1) 以穿过颗粒的宏观界面为受力对象，总应力为 σ ，受力面积为 A ，孔隙流压 p ，孔隙流体受力面

积为 ϕA ，颗粒真实平均应力为 σ_g ，颗粒受力面积为 $(1 - \phi)A$ 。横截面上受力平衡有：

$$\sigma A = \sigma_g (1 - \phi) A + p \phi A \quad (4)$$

$$\sigma_g = \frac{\sigma - \phi p}{1 - \phi} \quad (5)$$

等效平均到整个介质横截面积之上，颗粒等效平均应力 σ_s 为：

$$\sigma_s = \frac{\sigma_g (1 - \phi) A}{A} = \sigma - \phi p \quad (6)$$

Biot^[5-6]在 1955 年曾认为低渗多孔介质有效应力系数 $\eta = \phi$ ，方程(6)为有效应力方程，而李传亮^[4]则将其看作本体有效应力方程，即本体有效应力等于颗粒等效平均应力 σ_s 。

(2) 取颗粒间的接触界面作受力分析，总应力为 σ ，受力面积为 A ，颗粒间真实平均应力为 σ_{ij} ，颗粒间接触面积为 $A_{ij} = \alpha_c A$ ，孔隙流体压力 p ，受力面积为 $(1 - \alpha_c)A$ 。

颗粒间接触面受力平衡有：

$$\sigma A = \sigma_{ij} \alpha_c A + p(1 - \alpha_c) A \quad (7)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{\sigma - (1 - \alpha_c) p}{\alpha_c} \quad (8)$$

等效平均到整个介质横截面积之上，颗粒间等效平均应力 σ_c 为：

$$\sigma_c = \frac{\sigma_{ij} \alpha_c A}{A} = \sigma - (1 - \alpha_c) p \quad (9)$$

Bishop^[7]1959 年曾认为颗粒间等效平均应力 σ_c 为有效应力方程，而李传亮^[4]则将其看作结构有效应力方程，即结构有效应力等于颗粒等效平均应力 σ_c 。

然而，颗粒等效平均应力和颗粒间等效平均应力是否为引起骨架本体变形和结构变形的有效应力呢？李广信^[20]、邵龙潭^[21]等学者详细分析了有效应力内涵，并指出这是一个常见的认识误区。实际上，颗粒等效平均应力并不能决定介质整体本体变形，颗粒间等效平均应力也不能决定骨架整体结构变形。以多孔介质浸没在静水压中为例，此时总应力和孔隙流压均为 p ，代入方程(5)和(8)，颗粒真实平均应力 σ_g 、颗粒间真实平均应力 σ_{ij} 为：

$$\sigma_g = \frac{p - \phi p}{1 - \phi} = p \quad (10)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{p - p(1 - \alpha_c)}{\alpha_c} = p \quad (11)$$

而对于完全浸没在静水压中的多孔介质,无论其微观颗粒间接触面积和孔隙度为多少,多孔介质各处所受应力均为 p 。其微观颗粒和宏观整体都在应力 p 下均匀压缩,本体有效应力应为 p ,无颗粒间变形或结构变形,结构有效应力应为 0 。而总应力和孔隙流压均为 p 时,代入方程(6)和方程(9)得到颗粒等效平均应力和颗粒间等效平均应力分别为:

$$\sigma_s = p - \phi p = (1 - \phi)p \quad (12)$$

$$\sigma_c = p - (1 - \alpha_c)p = \alpha_c p \quad (13)$$

这与本体有效应力应为 p 、结构有效应力为 0 的实际情况不一致,颗粒等效平均应力、颗粒间等效平均应力大小均不能决定本体变形和结构变形大小,需要重新认识。此外,颗粒等效平均应力和颗粒间等效平均应力表达式分别与孔隙度、颗粒间接触面积有关,而1955年Laughton^[8]经典铅粒高压实验表明:改变总应力和流压,无论颗粒接触面积为 0.03 、 0.11 还是 0.95 ,孔隙度为 0.4 、 0.31 还是 0.03 ,铅粒多孔介质有效应力系数均接近于 1 ,其有效应力与孔隙度、接触面积均无直接关系,这也说明旧双重有效应力存在问题。

2 新双重有效应力及其综合作用

本文在研究新双重有效应力时仍分为本体有效应力和结构有效应力,分别对应本体应变和结构应变,然后两个有效应力综合起来得到总有效应力和总应变。

2.1 新结构有效应力

从上文分析可知,在静水压中,颗粒均匀受力,颗粒间真实平均应力为 p ,但结构变形为 0 ,这说明于颗粒间真实平均应力 p 并不会引起颗粒间变形。颗粒间作用力中至少有一部分用来平衡流压 p ,这部分应力与孔隙流压共同作用,均匀压缩颗粒从而不产生结构变形;只有平衡流压之外的净应力集中作用在颗粒接触面上产生额外的偏应力,从而引起颗粒间滑动变形,产生介质结构变形。即引起颗粒间变形的真正有效的应力为超出平衡孔隙流压之外的颗粒间应力,由方程(8)可得:

$$\sigma_{ij,\text{eff}} = \sigma_{ij} - p = \frac{\sigma - (1 - \alpha_c)p}{\alpha_c} - p = \frac{\sigma - p}{\alpha_c} \quad (14)$$

等效平均到整个介质横截面积之上,其对应的等效平均应力 $\sigma_{c,\text{eff}}$ 即为结构有效应力:

$$\sigma_{bc,\text{eff}} = \frac{\sigma_{ij,\text{eff}} \alpha_c A}{A} = \sigma - p \quad (15)$$

结构有效应力表达式与Terzaghi有效应力原理表达式完全一致,这说明当颗粒变形可忽略时, Terzaghi有效应力即为结构有效应力,其物理意义为超出平衡孔隙流压之外的颗粒间等效平均应力,大小为总应力与孔隙流压的差值。定义结构变形(颗粒间变形)引起的介质整体体积结构压缩系数为 C_{bc} ,对应的介质整体体积结构应变为:

$$\varepsilon_{bc} = -C_{bc} \sigma_{bc} = -C_{bc} (\sigma - p) \quad (16)$$

2.2 新本体有效应力

本体变形中为颗粒变形引起的介质整体变形,除了颗粒体积变形,本文新提出一种由颗粒形状变形引起的介质整体变形。颗粒体积变形和形状变形受力示意图如图1所示。

颗粒受到孔隙流压和颗粒间应力的共同作用。为方便计算,将颗粒间应力分为两部分来计算:一部分用来平衡孔隙流压 p ,与孔隙流压共同作用均匀压缩颗粒,只引起颗粒体积变形,不引起颗粒形状变形;另外一部分为超出平衡孔隙流压之外的颗粒间应力 $(\sigma_{ij} - p)$,这部分作用力集中作用在颗粒间接触面积上,不但引起颗粒体积变形,还引起颗粒形状变形。根据方程(5)、(14),颗粒真实平均应力为这两部分之和:

$$\sigma_g = \frac{\sigma - \phi p}{1 - \phi} = p + \frac{\sigma - p}{1 - \phi} = p + \frac{(\sigma_{ij} - p) \alpha_c}{1 - \phi} \quad (17)$$

方程(17)中分为两部分作用力具有重要意义,两部分作用力效果不同:前部分 p 均匀压缩颗粒,只引起颗粒体积变形;后部分集中作用于颗粒间接触面,同时引起颗粒体积变形和颗粒形状变形。由接触力学可知,颗粒真实平均应力大小无法反应出颗粒不均匀

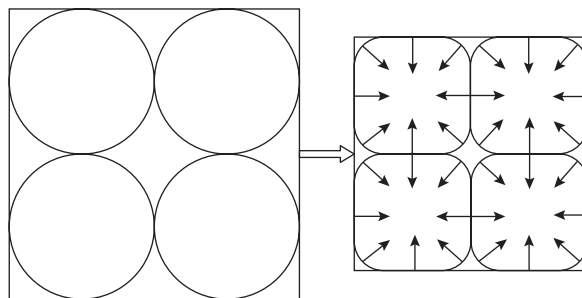


图1 颗粒体积变形和形状变形受力示意图

Fig. 1 Stress schematic diagram of grain volume deformation and shape deformation

受力(应力集中)而产生的形状变形,从而无法计算由颗粒形状变形引起的骨架整体应变,因此不能用颗粒真实平均应力作为本体有效应力。

颗粒体积压缩系数 C_s 只能用于计算颗粒体积变形及其引起的多孔介质整体等比例变形,引起颗粒体积变形为孔隙流压和颗粒间集中应力两部分引起,根据方程(17),由颗粒体积变形引起的整体体积应变 ε_{bs} 为:

$$\varepsilon_{bs} = -\frac{C_s(\sigma - \phi p)}{1 - \phi} = -\left(C_s p + C_s \frac{\sigma - p}{1 - \phi}\right) \quad (18)$$

方程(18)与文献[13-14]中应变表达式一致。定义因颗粒形状变形引起的整体体积应变压缩系数为 C_{bsc} , 只有颗粒间集中应力 $(\sigma_{ij} - p)$ 会引起颗粒形状变形, 颗粒形状变形引起的整体体积应变 ε_{bsc} 为:

$$\varepsilon_{bsc} = -C_{bsc} \frac{\sigma - p}{1 - \phi} = -\frac{C_{bsc}(\sigma - p)}{1 - \phi} \quad (19)$$

将方程(18)和(19)相加, 颗粒体积变形和颗粒形状变形共同引起的整体本体应变 ε_{bg} 为:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{bg} &= \varepsilon_{bs} + \varepsilon_{bsc} \\ &= -\left[\frac{(C_s + C_{bsc})(\sigma - p)}{1 - \phi} + C_s p\right] \end{aligned} \quad (20)$$

定义恒流压变总应力条件下, 由颗粒体积变形和颗粒形状变形引起的整体应变压缩系数 C_{bg} 为:

$$C_{bg} = \frac{C_s + C_{bsc}}{1 - \phi} \quad (21)$$

方程(21)代入方程(20)计算得到:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{bg} &= -\left[C_{bg}(\sigma - p) + C_s p\right] \\ &= -C_{bg} \left[\sigma - \left(1 - \frac{C_s}{C_{bg}}\right)p\right] \end{aligned} \quad (22)$$

与颗粒变形(包括颗粒体积变形和颗粒形状变形)对应的本体有效应力 $\sigma_{bg,eff}$ 为:

$$\sigma_{bg,eff} = \sigma - \left(1 - \frac{C_s}{C_{bg}}\right)p \quad (23)$$

2.3 综合作用及总有效应力

从新双重有效应力方程可知, 多孔介质变形由颗粒体积变形、颗粒形状变形和颗粒间变形引起, 受均匀应力 p 和颗粒间集中应力 $(\sigma_{ij} - p)$ 两部分影响。其中均匀应力 p 只引起颗粒体积变形, 颗粒间集中应力 $(\sigma_{ij} - p)$ 同时引起颗粒体积变形、颗粒形状变形和颗粒间变形。两个有效应力方程综合作用共同引起多孔

介质总应变, 本构有效应力和结构有效应力综合作用得到总应变, 将方程(22), (16)相加, 介质整体体积总应变 ε_b 为:

$$\begin{aligned} \varepsilon_b &= -\left[C_{bg}(\sigma - p) + C_s p + C_{bc}(\sigma - p)\right] \\ &= (C_{bg} + C_{bc}) \left[\sigma - \left(1 - \frac{C_s}{C_{bg} + C_{bc}}\right)p\right] \end{aligned} \quad (24)$$

定义本体变形和结构变形引起的整体综合压缩系数 C 为:

$$C = C_{bg} + C_{bc} \quad (25)$$

方程(25)代入(24)得到:

$$\varepsilon_b = C \left[\sigma - \left(1 - \frac{C_s}{C}\right)p\right] \quad (26)$$

对应的总有效应力 $\sigma_{b,eff}$ 为:

$$\sigma_{b,eff} = \sigma - \left(1 - \frac{C_s}{C}\right)p \quad (27)$$

整体体积综合压缩系数 C 即为 Skempton 有效应力方程定义的骨架总体积在恒流压变总应力条件下的介质总压缩系数。两个新双重有效应力(本构有效应力和结构有效应力)综合作用得到的总有效应力表达式(27)与 Skempton 有效应力方程完全一致, 此外, Biot & Willis (1957)^[22]、Bishop(1973)^[10]等学者从岩石地震声波传播和岩石体积模量关系等不同角度研究也得到了相同的有效应力表达式。

总之, 利用新双重有效应力理论研究多孔介质应力应变机理时, 可将其则分为颗粒变形(颗粒体积变形和颗粒形状变形)和颗粒间变形讨论和分析, 在计算多孔总应变时, 则可直接从多孔介质两部分作用力作用效果和两部分压缩系数出发直接计算: 一部分为各处均匀压缩多孔介质颗粒的多孔介质净流压 p , 其压缩系数为 C_s , 只引起颗粒体积变形; 超出平衡流压并作用在颗粒间接触面的等效平均应力 $(\sigma - p)$, 其压缩系数为 C , 同时引起颗粒体积变形、颗粒形状变形和颗粒间变形; 两部分应力引起的应变直接相加即总应变, 其对应的等效应力为总有效应力。

旧双重有效应力在研究岩石变形时认为其变形主要为颗粒体积变形, 忽略了颗粒形状变形和颗粒间变形的影响, 在多数情况下, 会出现较大的计算误差, 其得出的相关理论规律与实验结果相矛盾, 而新计算出的公式则能很好的与实验结果相吻合, 并能很好的应用到孔隙压缩系数及应力敏感研究中, 下面两部分将对此进行详细阐述。

3 新理论解释实验测试结果

目前,实验测试很难直接精确测量得到颗粒变形、颗粒形状变形和颗粒间变形对应的压缩系数分量。在实验测试中常用的两种测试方法为夹持测试和不夹持测试,即将试样浸没在水中加流体压力、测试得到颗粒压缩系数 C_s 和恒流压变总应力测试综合压缩系数 C 的两种测试。虽然很难定义精确测试得到多孔介质三种变形的分量大小,但在不同条件下,颗粒变形、颗粒形状变形和颗粒间的变形相对大小则很容易分辨,可用于分析和解释经典实验中不同介质变形的的主要变形机理和规律。

下面对一些经典实验结果进行解释分析。

(1)1955年 Laughton 经典铅粒高压实验

实验测试结果见表1。其为松散铅粒压实固结实验,铅颗粒泊松比0.44,极易形状变形,杨氏模量16.4 GPa,体积模量45.6 GPa,体积压缩系数为0.02 GPa⁻¹,即使100 MPa高压下,其颗粒体积应变量也只有0.002。实验测试中随着有效应力不断增大,孔隙度大幅度减小,颗粒间接触面积在不断增大,有效应力系数却一直接近于1,这是因为铅粒多孔介质变形

主要由颗粒形状变形和颗粒间变形引起,其有效应力为控制颗粒形状变形和颗粒间变形的净应力($\sigma - p$)。没有颗粒形状变形机理,则无法解释孔隙度被压缩到接近于0的实验过程,用旧双重有效应力理论也无法解释有效应力系数在孔隙为0时依然接近1的测试结果。

(2)1993年 Yamamuro^[23]、1994 Bopp^[24]石英颗粒和石膏颗粒高压实验

实验结果如表2所示。石膏颗粒在800 MPa由于形状变形较大可压缩孔隙度至0.02,石英颗粒在800 MPa孔隙度却仍大于0.1,石膏颗粒孔隙度下降较快的原因用新理论解释为石膏颗粒泊松比更大更易发生颗粒形状变形。此外,在20 MPa以内,两者的有效应力系数都几乎为1,其颗粒体积变形在低压可忽略不计,控制多孔介质变形的主要为引起颗粒间变形和颗粒形状变形的有效应力($\sigma - p$)。而随着压力继续增大,颗粒体积变形影响不断增大,800 MPa时石膏颗粒体积变形达到57.5%,石英颗粒体积变形达到41.5%,则高压时需要综合考虑颗粒体积变形、颗粒形状变形和颗粒间变形。

(3)1933年 Zisman^[25] 石英砂岩和大理石压缩实验

1933年 Zisman^[25]对石英砂岩和大理石分别进行了

表1 铅粒高压测试结果

Table 1 High pressure test results of lead shot

σ /MPa	p /MPa	σ_{eff} /MPa	ϕ	α_c	η
2.7	0.8	1.9	0.40	0.03	1.00
6.0	1.6	4.2	0.38	-	1.13
12.8	3.2	9.4	0.31	0.11	1.06
25.6	6.4	19.5	0.21	-	0.95
51.2	12.8	38.5	0.10	-	0.99
102.4	25.6	78	0.03	0.95	0.95

表2 石英和石膏颗粒高压测试结果

Table 2 High pressure test results of quartz and gypsum grains

围压/MPa	石膏颗粒		石英颗粒	
	孔隙度	η	孔隙度	η
0.1	0.44	1.000	0.42	1.000
1	0.43	0.999	0.42	0.999
10	0.30	0.999	0.40	0.999
20	0.23	0.998	0.36	0.998
100	0.12	0.955	0.24	0.965
200	0.07	0.875	0.20	0.915
400	0.05	0.705	0.15	0.810
800	0.02	0.425	0.11	0.585

围压压缩系数测试实验，实验测试结果见图 2。

从围压压缩系数图可知，随着围压增大，石英砂岩和大理石的压缩系数均下降且下降的速度越来越慢，这是因为：在低围压时岩石压缩系数远大于岩石颗粒压缩系数，主要为颗粒间变形和颗粒形状变形，随着压力不断增大，岩石压缩系数逐渐向颗粒矿物的压缩系数靠近。此外，大理石的组成矿物方解石相对石英砂岩的组成矿物石英更易形状变形，因此其初期压缩系数下降的幅度更大；而方解石的体积压缩系数 $1.34 \times 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$ 相对石英 $2.7 \times 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$ 也 smaller，最终大理石在高压下的压缩系数也比石英砂岩的压缩系数小。因此，岩石只有同时考虑颗粒间变形、颗粒形状变形和颗粒间变形才能解释和分析不同岩石的压缩系数变化规律。

常见岩土和颗粒的矿物压缩系数见表 3 所示。

一般情况下，岩石加围压后再降围压会有一部分体积变形不能恢复，这部分塑性变化损失掉的体积是

由颗粒间变形造成的。而扣除这部分塑性变形的影响，只研究岩石弹性变形时，岩石弹性压缩系数超出颗粒压缩系数的那部分则为颗粒形状变形引起。从中可知，多数情况下，岩石总体积压缩系数大于颗粒体积压缩系数，岩石变形的机理为颗粒变形、颗粒形状变形和颗粒间变形综合作用，岩石颗粒间变形和颗粒形状变形不可忽略。旧双重有效应力研究岩石应变时只考虑颗粒体积变形从而严重低估了岩石体积应变和压缩系数大小。

4 新理论应用举例

新双重有效应力和总有效应力方程可广泛应用于土力学、岩石力学等多孔介质力学中。本文重点举例其在油藏工程的应用，有效应力常被应用于岩石孔隙压缩系数和油藏应力敏感研究中。旧双重有效应力理论在研究岩石的孔隙压缩系数，仅以颗粒平均应力、

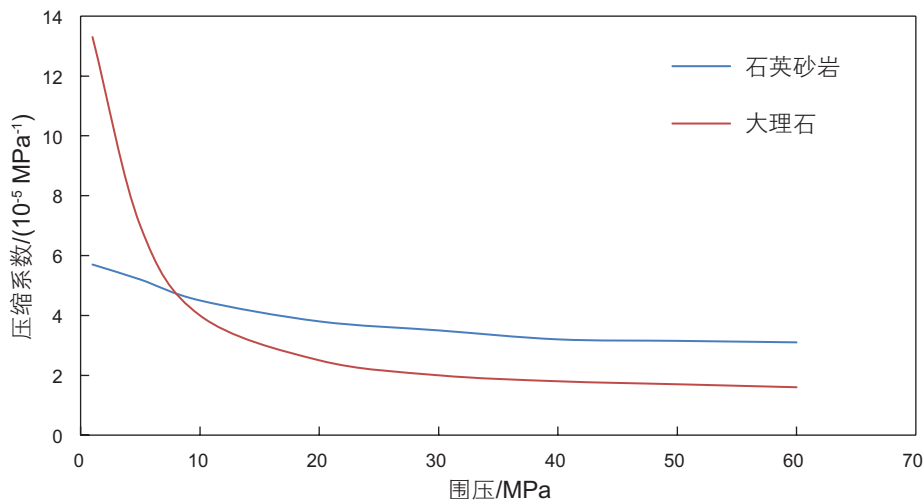


图 2 石英砂岩和大理石压缩系数

Fig. 2 Compressibility of quartz sandstone and marble

表 3 常见矿物颗粒和岩石的压缩系数表

Table 3 Compressibility of common mineral particles and rocks

矿物颗粒	颗粒压缩系数/(10^{-5} MPa^{-1})	岩土名称	整体压缩系数/(10^{-5} MPa^{-1})
石英	2.70	石英砂岩	5.80
花岗岩	1.90	花岗岩	7.50
大理石	1.40	大理石	17.50
方解石	1.34	粉砂岩	3.53~7.53
黑云母	1.98	页岩	3.10~19.68
钠长石	1.75	灰岩	2.19~4.42
黄铁矿	0.70	花岗岩	2.28~7.50
磁铁矿	0.62	大理石	2.69~27.44

颗粒体积变形为基础进行理论推导:

$$\sigma = (1 - \phi)\sigma_s + \phi p \quad (28)$$

$$C_p = \frac{dV_p}{V_p dp} = \frac{dV_s}{V_s d\sigma_s} \quad (29)$$

$$C_p = \frac{\phi}{1 - \phi} C_s \quad (30)$$

其中, C_p 为孔隙压缩系数, V_p 为孔隙体积, V_s 颗粒体积。

基于上述理论推导, 其得出了一些与实验矛盾的认识。其认为岩石孔隙压缩应为 $10^{-7} \sim 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$ 级别, 而岩石颗粒压缩系数一般 $1 \times 10^{-5} \text{ MPa}^{-1} \sim 3 \times 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$, 孔隙度 $0.02 \sim 0.35$, 实验室所测岩石孔隙压缩系数 $10^{-4} \sim 10^{-3} \text{ MPa}^{-1}$ 级别, 其认识与实验所测存在较大偏差; 基于方程(30), 其认为孔隙压缩系数与孔隙度成正相关, 孔隙度越大, 孔隙压缩系数越大、应力敏感程度越强, 即认为高渗透储层的应力敏感程度大于低渗透储层。而从前文分析可知, 岩石孔隙体积变化主要由颗粒间变形和颗粒形状变形引起, 颗粒体积变形引起的只是其中很小的一部分, 未考虑颗粒间变形和颗粒变形是旧孔隙压缩系数理论计算值远小于实验测试结果的根本原因。基于新双重有效应力体系, 恒总应力、变孔隙流压条件下的孔隙压缩系数理论推导如下:

根据方程(16)、(22)、(26), 在恒定总应力、变流压条件下, 综合考虑颗粒体积变形、颗粒形状变形和颗粒间变形的总体积变化量 ΔV_b 为:

$$\Delta V_b = (C - C_s)V_b \Delta p \quad (31)$$

颗粒形状变形和颗粒间变形不影响颗粒体积变化, 颗粒体积变化量 ΔV_s 只跟颗粒体积变形有关, 在恒总应力、变流压条件下, 根据方程(18)有:

$$\Delta V_s = -C_s V_s \frac{-\phi \Delta p}{1 - \phi} = C_s \phi V_b \Delta p \quad (32)$$

孔隙体积变化量 ΔV_p 为总体积变化量与颗粒体积变化量之差, 方程(31)减去方程(32)得:

$$\Delta V_p = [C - (1 + \phi)C_s]V_b \Delta p \quad (33)$$

根据方程(33), 在恒定总应力、变流压条件下, 综合考虑颗粒体积变形、形状变形和颗粒间变形的孔隙体积压缩系数 C_p 为:

$$C_p = \frac{dV_p}{V_p dp} = \frac{C - (1 + \phi)C_s}{\phi} \quad (34)$$

根据表3, 岩石颗粒压缩系数一般 $1 \times 10^{-5} \sim 3 \times 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$, 石英取 $2.7 \times 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$, 孔隙

度 $0.02 \sim 0.35$, 代入方程(34), 得到孔隙压缩系数理论值 $10^{-4} \sim 10^{-3} \text{ MPa}^{-1}$ 级别, 这与实验测试范围一致。孔隙压缩系数理论计算式(34)所反应的规律与Hall^[12]曲线图版的规律也一致, Hall图版如图3所示, 孔隙压缩系数与孔隙度负相关, 这是因为孔隙体积自身也是孔隙压缩系数的分母。基于新双重有效应力理论体系, 一般储层渗透率越低, 其孔隙压缩系数越大, 其对应的储层应力敏感程度越高, 理论计算与实验测试结果、Hall图版均一致。

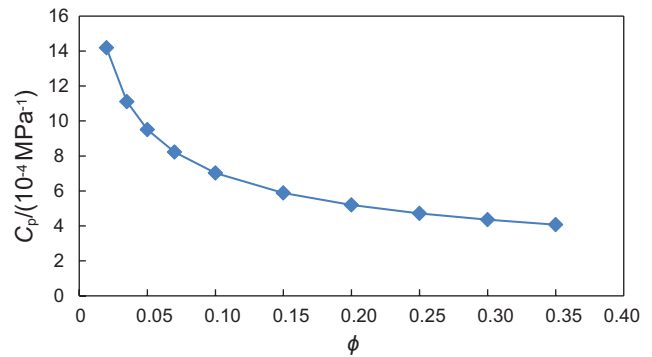


图3 Hall图版曲线

Fig.3 Hall Chart Curve

5 结论

(1)旧双重有效应力表达式与Biot、Bishop早期提出的有效应力表达式相同, 与Laughton等高压实验认识相矛盾; 新结构有效应力表达式与Terzaghi有效应力方程一致, 其物理意义为超出平衡孔隙流压之外的颗粒间等效平均应力; 新本体有效应力表达式综合考虑颗粒体积变形和颗粒形状变形, 与颗粒等效平均应力、真实平均应力均不相等。

(2)新双重有效应力与Skempton有效应力内涵相同, 其综合作用得到的总有效应力方程与Skempton有效应力方程一致。

(3)新双重有效应力首次提出了颗粒形状变形及其对岩石体积总变形的重大影响, 未能考虑颗粒间变形和颗粒形状变形是李传亮孔隙压缩系数理论计算值远小于实验测试值的根本原因。

(4)新双重有效应力很好地解释了Laughton等经典实验测试结果, 其推导出的新孔隙压缩系数与Hall图版认识一致, 从应变机理上论证了岩石孔隙压缩系数与孔隙度负相关、低渗透油藏应力敏感程度更强的实验认识。研究成果为岩土工程等多孔介质力学以及油藏工程研究开启了新篇章。

参考文献

- [1] TERZAGHI K. Die Berechnung der Durchlässigkeitsziffer des Tones aus dem Verlauf der hydrodynamischen Spannungerscheinungen[J]. Akademie der Wissenschaften in Wien, 1923, 132(3/4): 125–138.
- [2] TERZAGHI K. The shearing resistance of saturated soils and the angle between the planes of shear[C]// Harvard University, Proceedings of First International Soil Mechanics and Foundation Engineering, Cambridge: Harvard University, 1936:54–56.
- [3] TERZAGHI K. Theoretical soil mechanics[M]. London: Chapman and Hall Limited, 1948.
- [4] 李传亮, 孔祥言, 徐献芝, 等. 多孔介质的双重有效应力[J]. 自然杂志, 1999, 21(5): 288–292. [LI C L, KONG X Y, XU X Z, et al. Dual effective stresses of porous media[J]. Chinese Journal of Nature, 1999, 21(5): 288–292.]
- [5] BIOT M A. General theory of three-dimensional consolidation. Journal of Applied Physics, 1941, 12: 155–164.
- [6] BIOT M A. Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid[J]. Journal of applied physics, 1955, 26(2): 182–185.
- [7] BISHOP A W. The principle of effective stress[J]. Teknisk Ukeblad, 1959, 106(39): 113–143.
- [8] LAUGHTON A S. The compaction of ocean sediments[D]. Cambridge: University of Cambridge, 1955.
- [9] SKEMPTON A W. Effective stress in soils, concrete and rock[C]// Butterworths. Conference on Pore Pressure and Suction in Soils, London: Butterworths, 1960: 4–16.
- [10] BISHOP A W. The influence of an undrained change in stress on the pore pressure in porous media of low compressibility[J]. Geotechnique, 1973, 23(3): 435–442.
- [11] 李传亮. 实测岩石压缩系数偏高的原因分析[J]. 大庆石油地质与开发, 2005, 24(5): 53–54. [LI C L. Results interpretation of higher measured rock compressibility[J]. Petroleum Geology & Oilfield Development in Daqing, 2012, 33(1): 125–127.]
- [12] HALL H N. Compressibility of reservoir rocks[J]. Petroleum Transactions, AIME, 1953, 198:309–311.
- [13] 李传亮. 岩石压缩系数与孔隙度的关系[J]. 中国海上油气(地质), 2003, 17(5): 355–358. [LI C L. Relationship between compression coefficient and porosity of rock[J]. China offshore oil and gas (geology), 2003, 17(5): 355–358.]
- [14] 李传亮. 再谈岩石的压缩系数——回应王厉强博士[J]. 新疆石油地质, 2012, 33(1): 125–127. [LI C L. The formulae of rock compressibility of reservoirs—reply to Dr WANG Liqiang[J]. Xinjiang Petroleum Geology, 2012, 33(1): 125–127.]
- [15] 李传亮. 低渗透储层不存在强应力敏感[J]. 石油钻采工艺, 2005, 27(4): 61–63. [LI C L. Low permeability rocks are less sensitive to stress[J]. Oil Drilling & Production Technology, 2005, 27(4): 61–63.]
- [16] 王厉强, 李正科, 袁昭, 等. 实测岩石孔隙压缩系数偏高原因再分析[J]. 新疆石油地质, 2012, 33(3): 379–381. [WANG L Q, LI Z K, YUAN S, et al. A discussion on results interpretation again of higher measured rock compressibility[J]. Xinjiang Petroleum Geology, 2012, 33(3): 379–381.]
- [17] 张津宁, 张金功. 柴西地区变围压条件下储层物性变化规律[J]. 特种油气藏, 2016, 23(5): 114–118. [ZHANG J N, ZHANG J G. Reservoir properties under variable confining pressure in Western Qaidam Basin[J]. Special Oil and Gas Reservoirs, 2016, 23(5): 114–118.]
- [18] 高有瑞, 刘艳, 时付更. 基质型灰岩储层岩石压缩系数的确定[J]. 中国海上油气, 2011, 23(4): 247–250. [GAO Y R, LIU Y, SHI F G. Determining rock compressibility for matrix limestone reservoir[J]. China offshore oil and gas, 2011, 23(4): 247–250.]
- [19] 罗瑞兰. 关于低渗致密储层岩石的应力敏感问题[J]. 石油钻采工艺, 2010, 32(2): 126–130. [LUO R L. Discussion of stress sensitivity of low permeability and tight reservoir rocks[J]. Oil Drilling & Production Technology, 2010, 32(2): 126–130.]
- [20] 李广信. 关于有效应力原理的几个问题[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(2): 315–320. [LI G X. Some problems about principle of effective stress[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(2): 315–320.]
- [21] 邵龙谭. 饱和土的土骨架应力方程[J]. 岩土工程学报, 2011, 32(12): 1833–1837. [SHAO L T. Skeleton stress equation for saturated soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 32(12): 1833–1837.]
- [22] BIOT M A, WILLS D G. The elastic coefficients of the theory of consolidation[J]. Journal of Applied Mechanics, 1957, 4(4): 594–601.
- [23] YAMAMURO J A. Instability and behavior of granular materials at high pressures[D]. Los Angeles, California: University of California, 1993.
- [24] BOPP P A. Effect of initial relative density on instability and behavior of granular materials at high pressure[D]. Los Angeles, California: University of California, 1994.
- [25] ZISMAN W A. Compressibility and anisotropy of rocks at and near the earth's surface[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences, 1933, 19: 666–679.

Re-recognition of dual effective stresses and the comprehensive effect

MAO Xiaolong, LIU Yuetian, FENG Yueli, ZHENG Wenkuan, LIU Siping

State Key Laboratory of Petroleum Resources and Prospecting, China University of Petroleum, Beijing 102249, China

Abstract The Terzaghi effective stress principle only considers the deformation of soil structure. To adapt to more general situations, Li Chuang-liang proposed the dual effective stresses in porous media: the primary effective stress and the structural effective stress. The concept of dual effective stresses is easy to understand and has been widely cited. However, the two effective stress expressions and the pore compression coefficient and stress sensitivity theory derived from them contradict the test results. Based on the analysis and comparison of commonly used effective stress expressions, the stress-strain of porous media is closely analyzed. The new dual effective stress expressions are derived, their comprehensive effect is analyzed and the total effective stress expression is obtained. Compared with the Laughton et al. experiment and the Hall chart, the applicability of the new dual effective stresses is demonstrated and an application example is given. The results show that the previous two effective stress expressions are the same as the effective stress expressions earlier proposed by Biot and Bishop, which is contradictory to the Laughton et al. experiments. The new dual effective stress first proposed grain shape deformation and its significant influence on the total volumetric strain of the rock. The failure to take into account intergranular deformation and grain shape deformation is the fundamental reason that the theoretical value of the previous pore compression coefficient is far less than the experimental value. The dual effective stresses have the same connotation as the Skempton effective stress, which comprehensively considers grain deformation and intergranular deformation. The comprehensive effect total effective stress expression is the same as the Skempton effective stress. The expressions of the new dual effective stresses can explain well the results of Laughton et al. experiments. The pore compressibility coefficient is consistent with the Hall chart, which theoretically demonstrated that the rock pore compression coefficient is negatively correlated with the porosity and a low-permeability reservoir is more sensitive to stress.

Keywords dual effective stresses; compressibility coefficient; grain volume deformation; grain shape deformation; intergranular deformation; stress sensitive

doi: 10.3969/j.issn.2096-1693.2018.04.035

(编辑 付娟娟)