

# 基于细观离散元方法的低渗透储层水力压裂数值模拟

李然<sup>1</sup>, 易新斌<sup>2</sup>, 王天一<sup>2\*</sup>, 卢海兵<sup>2</sup>, 姜馨淳<sup>2</sup>, 姜伟<sup>2</sup>, 王海<sup>3</sup>, 孙磊<sup>3</sup>, 尚大磊<sup>4</sup>, 王征<sup>4</sup>

1 中国石油浙江油田分公司, 杭州 310023

2 中国石油勘探开发研究院, 北京 100083

3 中国石油集团渤海钻探工程有限公司, 廊坊 065007

4 中国石油集团长城钻探工程有限公司压裂公司, 盘锦 124000

\* 通信作者, wangtiany169@petrochina.com.cn

收稿日期: 2020-12-15

页岩气国家专项示范工程项目“走滑山地页岩气储层高效改造设计方法与工艺技术”(2017ZX05063004-015)资助

**摘要** 针对连续介质理论研究水力压裂需预设裂缝界面单元的不足, 引入离散元—颗粒流方法模拟低渗透储层的水力压裂行为。采用圆形颗粒模拟低渗透储层, 通过Navier-Stokes方程描述压裂液的流体运动, 建立了考虑流固耦合作用的低渗透储层水力压裂颗粒流数值模型。分析了颗粒间平行连接断裂的失效判据, 讨论了基于N-S方程的低渗透储层水力压裂PFC-CFD流固耦合求解方法, 揭示了不同参数对水力压裂裂缝起裂及延伸行为的影响。结果表明: 起裂压力与最小水平主应力、颗粒法向接触刚度、颗粒法向及切向连接强度近似呈正比例关系, 而裂缝最大长度及宽度与上述参数呈反比例关系; 起裂压力、裂缝长度、宽度与最大水平主应力、切向接触刚度基本不相关。

**关键词** 水力压裂; 细观模拟; 颗粒流; 平行连接模型; 参数分析

## Numerical simulation of hydraulic fracturing for low permeability reservoirs based on particle flow code-discrete element method

LI Ran<sup>1</sup>, YI Xinbin<sup>2</sup>, WANG Tianyi<sup>2</sup>, LU Haibin<sup>2</sup>, JIANG Xinchun<sup>2</sup>, JIANG wei<sup>2</sup>, WANG hai<sup>3</sup>, SUN Lei<sup>3</sup>, SHANG Dalei<sup>4</sup>, WANG Zheng<sup>4</sup>

1 Petro-China Zhejiang Oilfield Company, Hangzhou 310023, China

2 PetroChina Research Institute of Petroleum Exploration & Development, Beijing 100083, China

3 China petroleum Bohai drilling engineering Company LTD, Langfang 065007, China

4 China petroleum Great Wall drilling engineering Company LTD, Panjin 124000, China

**Abstract** Aimed at the shortcoming of macroscopic continuum theory in investigating hydraulic fracturing by presetting crack interface element, the particle flow method of micro-mechanical discrete element theory was introduced to simulate mechanical behavior of hydraulic fracturing for low permeability reservoir. The reservoir was simulated as round particle, while the fluid movement of the fracturing fluid was described by Navier-Stokes equation, and particle flow numerical model of hydraulic fracturing for low permeability reservoir was established considering fluid-solid coupling. Fracturing criteria for contact-bond model

引用格式: 李然, 易新斌, 王天一, 卢海兵, 姜馨淳, 姜伟, 王海, 孙磊, 尚大磊, 王征. 基于细观离散元方法的低渗透储层水力压裂数值模拟. 石油科学通报, 2022, 04: 576-583

LI Ran, YI Xinbin, WANG Tianyi, LU Haibin, JIANG Xinchun, JIANG wei, WANG hai, SUN Lei, SHANG Dalei, WANG Zheng. Numerical simulation of hydraulic fracturing for low permeability reservoirs based on particle flow code-discrete element method. Petroleum Science Bulletin, 2022, 04: 576-583. doi: 10.3969/j.issn.2096-1693.2022.04.049

were analyzed, and PFC-CFD fluid-solid coupling solution for hydraulic fracturing in low permeability reservoir was discussed based on N-S equation, and the effects of different parameters on the fracturing behavior were discovered. The results showed that the fracture initiation pressure is proportional to the minimum horizontal stress, particle normal contact stiffness, particle normal and tangential connection strength, while the fracture length and width are inversely proportional to above parameters. In addition, the initiation pressure, fracture length and width are independent of maximal horizontal stress and tangential contact stiffness.

**Keywords** hydraulic fracturing; numerical simulation; particle flow code; contact-bond model; fluid-solid coupling

**doi:** 10.3969/j.issn.2096-1693.2022.04.049

## 0 引言

水力压裂是目前低渗透储层增产最常用的方法<sup>[1]</sup>,其实质是利用流体传压的特性,将压裂液注入储层产生水力裂缝。这个过程非常复杂,包含着渗流场与应力场的耦合作用。国内外学者对于低渗透储层压裂的研究取得了一系列成果,如Jacques、Brian等人<sup>[2]</sup>建立了水力压裂的裂缝扩展模型,认为注入率和孔隙驱替率对裂缝扩展有重要影响。Antón in、Michael等人<sup>[3]</sup>建立了拟三维水力压裂模型,认为储层与邻近隔层的应力差是控制垂直裂缝穿层的重要因素。Rahim、Holditch等人<sup>[4]</sup>引入三维概念建立了储层二维裂缝扩展模型。Zillur、Holditch等人<sup>[5]</sup>应用有限差分法分析了各种参数对储层压裂效果的影响。Wei、Economides等人<sup>[6]</sup>建立了水平井水力压裂裂缝扩展模型。国内学者程远方等人<sup>[7]</sup>从宏观角度讨论了水平井井眼方位、水平主应力与裂缝扩展的关系。张广清等人<sup>[8]</sup>建立了水平井筒附近水力裂缝空间转向模型,并利用室内实验验证所得结论。张广明等人<sup>[9-10]</sup>采用ABAQUS软件建立了储层水力压裂的三维数值模型。重要地,部分学者利用PFC颗粒流软件开展了水力压裂的数值模拟。颗粒流方法属于非连续介质力学细观离散元范畴<sup>[11-14]</sup>。该方法的核心思想是将模拟介质离散成一系列刚性颗粒,通过研究颗粒的运动来模拟实际材料的特定力学行为<sup>[15]</sup>。颗粒流方法模拟储层水力压裂过程无需设定裂缝界面单元<sup>[16-18]</sup>,因而得到的压裂裂缝更接近于实际裂缝形状,相较于连续介质力学模拟低渗透储层水力压裂更有优势。Al-Busaidi等人<sup>[19]</sup>基于PFC2D讨论了水力压裂起裂和扩展的力学机理。Shimizu等人<sup>[20]</sup>基于Cundall流固耦合算法,讨论了颗粒几何性质和压裂液性质对储层改造水力压裂断裂类型的影响机制。王涛等人<sup>[21-22]</sup>基于PFC建立了煤层气储层水力压裂数值模型,讨论了不同参数对起裂和扩展的影响规律。Yoon等人<sup>[23-24]</sup>基于Cundall流固耦合算法建立了水平井多簇压裂数值模型,讨论了缝尖应力干扰对多簇压裂的影响。周剑、张路青、韩正华等

人<sup>[25-28]</sup>建立了基于Cundall流固耦合算法的数值模型,讨论了不同参数对水力压裂的影响规律。

虽然上述学者取得了一系列成果,但仍存在以下不足:(1)大多数学者仍采用宏观连续介质力学模型模拟储层水力压裂行为,这种方法需预先设定裂缝界面单元,即裂缝只能沿着设定的单元界面起裂和扩展。这与实际水力压裂过程中裂缝延伸方位存在一定差距,且此种情况下得到的裂缝形状偏于理想。(2)少数学者基于PFC颗粒流软件建立了水力压裂数值模型,从离散元角度讨论水力压裂力学机理。然而,上述数值模型均采用基于达西定律和泊肃叶方程的Cundall流固耦合算法,达西定律是基于实验结果拟合得到的经验方程,而泊肃叶方程并不适用于流速高的情况(水力压裂过程中压裂液流速较高),这限制了水力压裂PFC流固耦合模型的计算精度。考虑到达西定律和泊肃叶方程均可以由物理意义非常明确、数学推导极其严谨的Navier-Stokes方程推导得到,笔者建立了基于N-S方程的水力压裂PFC-CFD流固耦合数值模型,并讨论了不同参数对水力压裂的影响。该方法对于拓宽低渗透储层水力压裂理论具有一定意义。

## 1 基于 N-S 方程的水力压裂 PFC-CFD 流固耦合数值模型

低渗透储层水力压裂是压裂液与储层耦合作用的复杂过程。在颗粒流耦合模型中,采用圆形颗粒模拟低渗透储层,通过运动方程描述颗粒运动,通过Navier-Stokes方程<sup>[29]</sup>描述压裂液运动,通过将压裂液的作用力作为外力施加给颗粒实现储层水力压裂的流固耦合作用。

### 1.1 Navier-Stokes 方程

假设压裂液为密度不变的不可压缩流体,此时孔隙流体满足Navier-Stokes方程<sup>[29-30]</sup>:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n \bar{v}_f) = 0 \quad (1)$$

$$\rho_f \left[ \frac{\partial(\overline{nv_f})}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{nv_f v_f}) \right] = n \nabla \cdot \overline{\tau_f} - \overline{f_i} + \rho_f f_n f_g \quad (2)$$

式中,  $n$ 为孔隙率;  $t$ 为时间, s;  $\nabla$ 为梯度,  $\nabla = \{\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z\}^T$ ;  $\overline{v_f}$ 为压裂液速度, m/s;  $\rho_f$ 为压裂液密度, kg/m<sup>3</sup>;  $\overline{\tau_f}$ 为平均应力张量;  $\overline{f_i}$ 为压裂液对颗粒产生的拖曳力, N;  $f_n$ 为颗粒表面单位外矢量;  $f_g$ 为重力加速度, m/s<sup>2</sup>。

### 1.2 压裂液与储层颗粒相互作用分析

压裂液对颗粒产生的拖曳力 $\overline{f_i}$ 可由Ergun方程<sup>[31-32]</sup>计算:

$$\overline{f_i} = (1-n) \left[ 150 \frac{\mu_f (1-n)}{nd_p^2} + 1.75 \frac{\rho_f |\overline{v_f} - \overline{v_p}|}{d_p} \right] \times (\overline{v_f} - \overline{v_p}) \quad (3)$$

式中,  $\mu_f$ 为压裂液黏滞系数;  $d_p$ 为平均粒径, mm;  $\overline{v_f}$ 为压裂液流速, m/s;  $\overline{v_p}$ 为颗粒速度, m/s;  $Re_p$ 为雷诺系数,  $Re_p = n\rho_f d_p |\overline{v_f} - \overline{v_p}| / \mu_f$ ;  $C_d$ 为拖曳系数<sup>[31-32]</sup>。

$$C_d = \begin{cases} \frac{24}{Re_p} (1 + 0.15 Re_p^{0.687}) & Re_p < 1000 \\ 0.44 & Re_p \geq 1000 \end{cases} \quad (4)$$

### 1.3 考虑压裂液作用的颗粒运动方程

储层颗粒在拖曳力作用下的运动满足牛顿第二定律<sup>[30,32-33]</sup>, 见下式(5)~(6):

$$m_p \dot{v}_p = m_p f_g + \sum_c f_c + \int_{S_p} \sigma_f \cdot f_n dS_p \quad (5)$$

$$I_p \dot{\omega}_p = m_p f_g + \sum_c r_c f_c + \int_{S_p} r \cdot (\sigma_f \cdot f_n) dS_p \quad (6)$$

式中,  $m_p$ 为颗粒质量, g;  $v_p$ 为颗粒速度, m/s;  $I_p$ 为颗粒转动惯量, g·mm;  $\omega_p$ 为颗粒转动速度, rad/s;  $f_c$ 为颗粒间接触力, N;  $r_c$ 为方向矢量;  $r$ 为半径矢量;

$S_p$ 为颗粒表面积, mm<sup>2</sup>。

### 1.4 求解方法

由1.1~1.3节建立基于N-S方程的水力压裂PFC-CFD流固耦合模型, 求解方法见图1<sup>[34]</sup>。

## 2 基于接触平行连接模型的断裂失效模拟

采用颗粒流方法模拟低渗透储层的断裂行为时, 需要在相邻颗粒间设定连接, 通过判断平行连接失效形成微裂纹。平行连接在一个时间步长 $\Delta t$ 内的弹性力及弹性力矩增量分别为<sup>[13-14,35]</sup>:

$$\Delta F_n = -k_n A \Delta U_n \quad (7)$$

$$\Delta F_s = -k_s A \Delta U_s \quad (8)$$

$$\Delta M = -k_n I \Delta \theta \quad (9)$$

式中,  $A$ 为接触连接面积, mm<sup>2</sup>;  $\Delta U_n$ 、 $\Delta U_s$ 分别为法向位移和切向位移, mm;  $\Delta \theta$ 为颗粒 $i$ 和 $j$ 的相对角速度;  $I$ 为转动惯量, g·mm。

由式(7)~(9), 建立平行连接断裂的失效判据:

$$\begin{cases} -|F_n|/A + |M|R/I \geq \sigma_c \\ F_s/A \geq \tau_c \end{cases} \quad (10)$$

式中,  $F_n$ 为法向力, N;  $F_s$ 为法向力, N;  $M$ 为力矩, N·m;  $\sigma_c$ 、 $\tau_c$ 为抗拉、抗剪强度, MPa。

## 3 水力压裂颗粒流模型建立

### 3.1 储层水力压裂颗粒流模型

储层水力压裂离散元模型由墙体和圆形颗粒组成, 生成后的模型如图2所示。图2中黄色圆代表待压裂储层颗粒, 连接圆颗粒的绿色线段代表颗粒之间的接触连接; 深蓝色圆点代表域, 连接域的蓝色线段为压裂液注入储层后流动的缝隙通道。

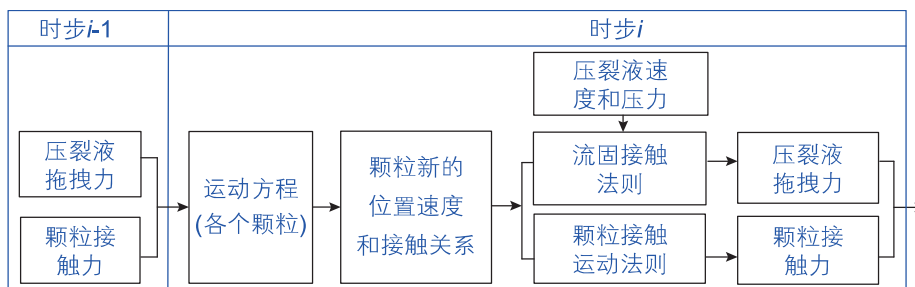


图1 水力压裂流固耦合模型求解过程

Fig.1 Fluid-solid coupling model solution of hydraulic fracturing

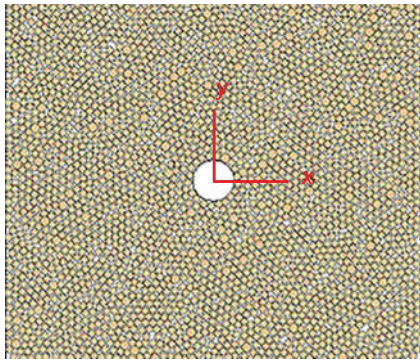


图2 水力压裂的颗粒流数值模型  
Fig. 2 Particle flow numerical model of hydraulic fracturing

### 3.2 颗粒流数值模型参数确定

借助PFC中的双轴数值试验,通过反复对比数值试验结果与实际结果,确定本次模拟所用的颗粒流细观力学参数,见下表1。

表1中细观力学参数所对应的宏观力学参数数值试验结果为:弹性模量33.7 GPa,泊松比0.28,抗压强度117 MPa,抗拉强度9.2 MPa;与实际地层的宏观力学参数接近,其中弹性模量35 GPa,泊松比0.26,抗压强度120 MPa,抗拉强度10 MPa。数值试验结果与实际结果对比可知,表1中给出的细观力学参数可以满足计算要求。对应于储层颗粒基本参数,流体域基本参数如下表2所示。

### 3.3 模拟过程

采用PFC软件模拟以下因素对储层压裂行为(如

起裂压力、缝长、缝宽等)的影响。

(1) 储层颗粒细观力学参数一定的条件下,不同注入压力对压裂效果的影响。其中,注入压力变化范围:10~50 MPa,每次增加5 MPa。

(2) 在最优注入压力下,最大、最小水平主应力对压裂效果的影响。其中,初始最大主应力为25 MPa,最小主应力为20 MPa;每次增加0.5 MPa。

(3) 在最优注入压力下,颗粒法向接触刚度( $k_n$ )与切向接触刚度( $k_s$ )对压裂效果的影响,其变化范围为:2~10 GPa,每次增加0.5 GPa。

(4) 在最优注入压力下,颗粒法向连接强度 $\sigma_c$ 与切向连接强度 $\tau_c$ 对压裂效果的影响,其变化范围为:10~30 MPa,每次增加2 MPa。

## 4 模拟结果分析

### 4.1 注入压力对储层压裂的影响分析

下图3为不同注入压力条件下微裂缝数目随时间子步的变化关系。

由图3可知,当注入压力 $P_0 < 28.9$  MPa时,储层未出现微裂纹,表明颗粒间平行连接的拉应力和剪应力均小于平行连接抗拉强度和抗剪强度,此时储层微裂缝数目为0。当注入压力增大到28.9 MPa时,平行连接承受的拉应力及剪应力超过颗粒连接强度,颗粒间平行连接断裂产生裂缝,这时的注入压力即起裂压力。当注入压力 $P_0$ 在区间28.9~40 MPa时,微裂缝数

表1 储层颗粒细观力学参数

Table 1 Reservoir particles micromechanics parameters

$R_{max}/m$	$R_{max}/R_{min}$	摩擦系数	孔隙率	法向接触刚度 $k_n/(N \cdot m^{-1})$
0.04	2.7	0.2	0.15	$5 \times 10^9$
切向接触刚度 $k_s/(N \cdot m^{-1})$	颗粒法向连接强度 /MPa	颗粒切向连接强度 /MPa	比重	
$5 \times 10^9$	20	20	2.32	
密度 $/(kg/m^3)$	法向与切向刚度比	井筒直径 /mm	模型尺度 $/(mm \times mm)$	
2650	1:1	20	$200 \times 200$	

表2 流体域基本参数

Table 2 The basic parameters of the fluid domain

域的表观体积 $V_d/mm^3$	渗透率 /mD	黏滞系数 /Pa·s	一个域的管道数量 $N$
1	5.6	0.3	2
传导系数 $K/(m \cdot s^{-1})$	流体体积模量 $K_d/kPa$	管道直径 $a/mm$	饱和度
$1 \times 10^{-8}$	$1.0 \times 10^6$	1	0.5
模型左侧边界压力 /MPa	模型右侧边界压力 /MPa		
1	0.1		

目随时间缓慢增加,并在某一时间子步后趋于一稳定值,此时多条短裂缝相互贯通形成一条主裂缝;当注入压力  $P_0 > 40$  MPa时,裂缝数目会在非常短的时间内达到非常高的数值。此时井眼附近除存在主裂缝外,还在其他方向存在多条压裂裂缝,引起井眼失稳。

从图4中可以看出,储层最大缝长、缝宽随注入压力的增大先增加后减小,其原因为注入压力的增大使得主裂缝周围出现多条与主裂缝近似垂直的短裂缝,抑制了主裂缝沿长度方向的扩展。整体来看,缝宽与缝长变化规律基本相似,但缝宽在注入压力超过42.5 MPa后再次增大。这主要是因为随着注入压力增大,井眼周围地层聚集的能量增大,在裂缝沿长度方向扩展受到限制后,裂缝宽度将增大,这是由功能原理决定的。根据计算结果可知,  $P_0 = 35$  MPa为本次模拟的最优注入压力。下图5为最优注入压力下的水力压裂裂缝扩展几何形态。

#### 4.2 水平主应力对储层压裂的影响分析

改变最大、最小水平主应力  $\sigma_H$ 、 $\sigma_h$ , 讨论主应力

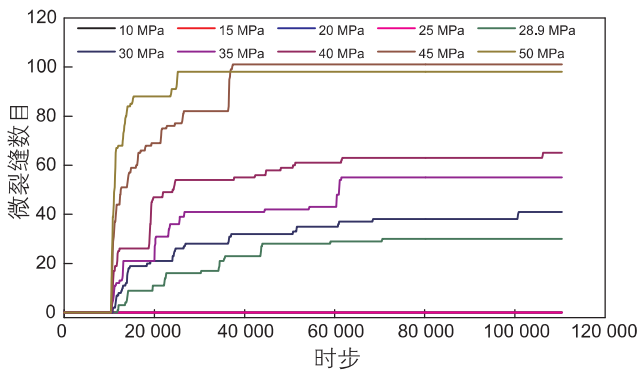


图3 不同注入压力下微裂缝条数随时间子步的变化关系  
Fig. 3 The number of micro-cracks with the time variation of the sub-step for the injection pressure

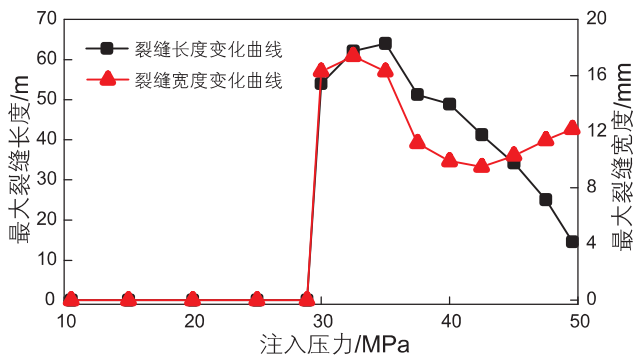


图4 最大裂缝长度及宽度随注入压力的变化关系  
Fig. 4 The relation between fracture length and width and injection pressure

变化对起裂压力、最大缝长及缝宽的影响,如图6~7。

由图6~7可知,随着最大水平主应力的增大,起裂压力及裂缝最大长度和宽度几乎不变,表明最大水平主应力对裂缝扩展影响甚微。相反地,最小水平主应力对起裂压力、最大缝长、缝宽的影响非常明显,起裂压力随着最小水平主应力的增大而线性增加。另外,最大缝长和最大缝宽随最小水平主应力的增大而减小。

#### 4.3 法向与切向接触刚度对储层压裂的影响分析

改变颗粒法向与切向接触刚度  $k_n$ 、 $k_s$ , 讨论接触刚度变化对起裂压力、最大缝长及缝宽的影响,如图8~9。

由图8~9可知,颗粒切向接触刚度对起裂压力、最大缝长与缝宽的影响较小,而法向接触刚度对储层压裂效果的影响较为明显。起裂压力与颗粒法向接触刚度的关系近似呈线性;随着颗粒法向接触刚度的增

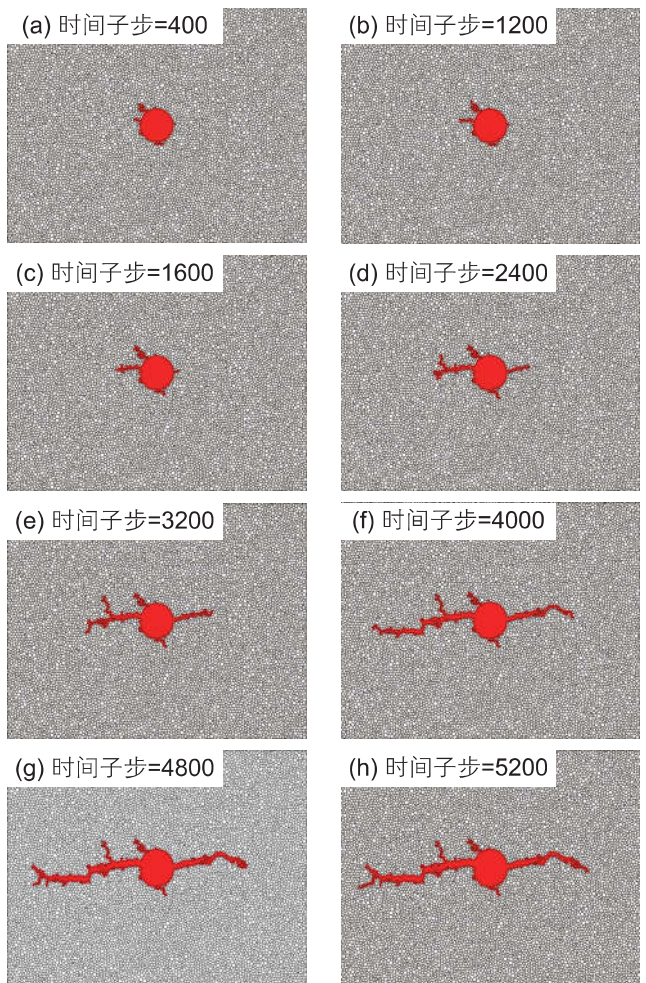


图5 最优注入压力下不同时间子步的裂缝扩展几何形态  
Fig. 5 The fracture propagation shape of different time sub-step for the optimal injection pressure

大, 最大缝长与缝宽大致呈线性减小趋势。

#### 4.4 法向与切向连接强度对储层压裂的影响分析

分别改变颗粒法向与切向连接强度  $\sigma_c$ 、 $\tau_c$ , 讨

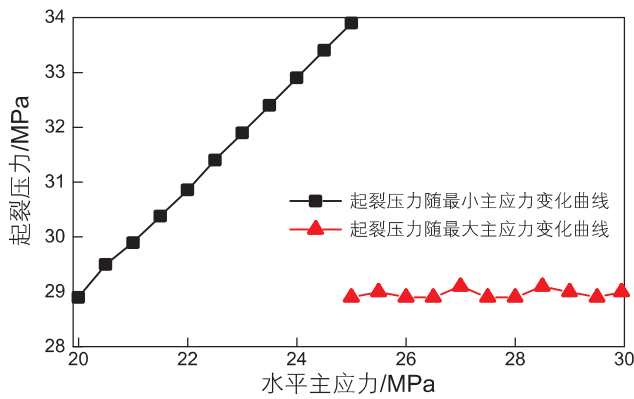


图 6 起裂压力随水平主应力变化的关系曲线  
Fig. 6 The relation between initiation pressure and horizontal principal stress

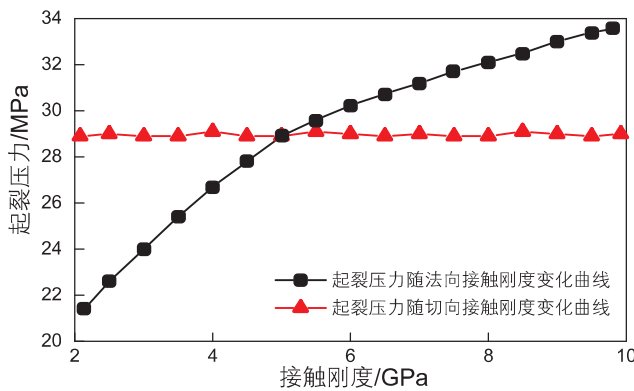


图 8 起裂压力随颗粒接触刚度变化的关系曲线  
Fig. 8 The relation between initiation pressure and particle contact stiffness

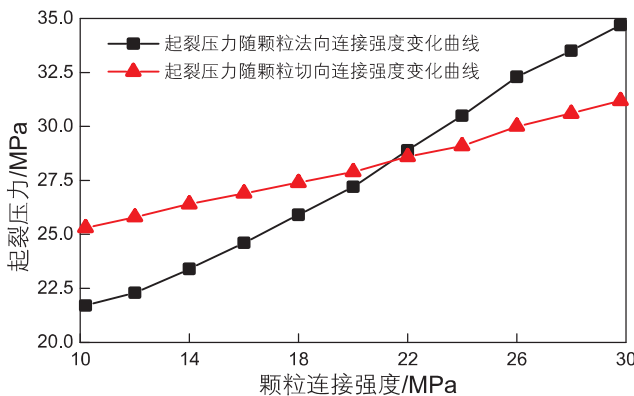


图 10 起裂压力随颗粒连接强度变化的关系曲线  
Fig. 10 The relation between initiation pressure and particle connection strength

论连接强度对起裂压力、最大缝长及缝宽的影响, 如图 10~11。

由图 10 可知, 随着法向连接强度、切向连接强度的增大, 储层起裂压力明显增加, 且法向连接强度对

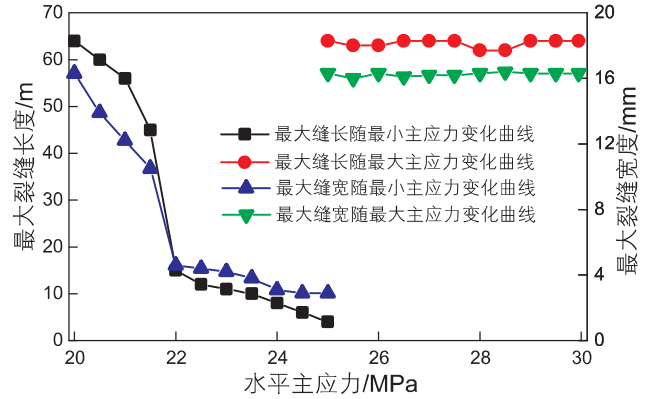


图 7 最大缝长、缝宽随水平主应力变化的关系曲线  
Fig. 7 The relation between fracture length and width and horizontal principal stress

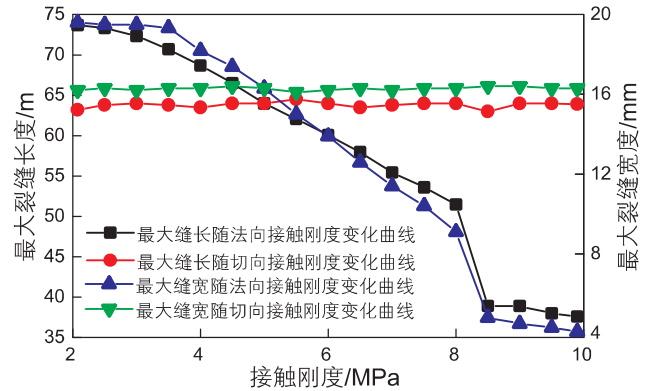


图 9 最大缝长、缝宽随颗粒接触刚度变化的关系曲线  
Fig. 9 The relation between fracture length and width and particle contact stiffness

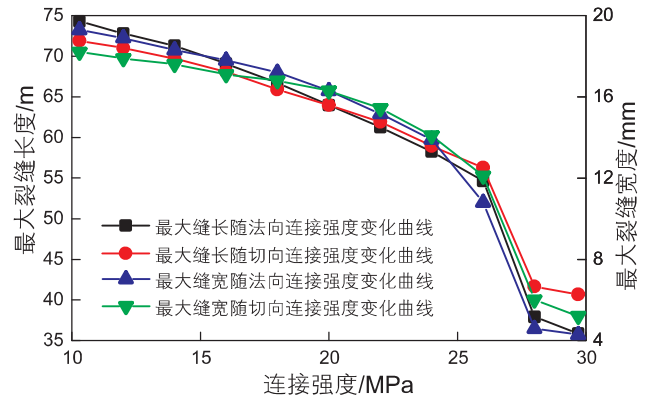


图 11 最大缝长、缝宽随颗粒连接强度变化的关系曲线  
Fig. 11 The relation between fracture length and width and particle connection strength

起裂压力的影响大于切向连接强度。由图 11 可知,随着法向、切向连接强度的增大,最大缝长、缝宽近似呈二次抛物线关系减小。

## 5 结论

(1) 建立了基于N-S方程的低渗透储层水力压裂PFC-CFD流固耦合数值模型,并讨论了注入压力、水平主应力、颗粒接触刚度、颗粒连接强度等参数对低渗透储层压裂行为的影响。

(2) 分析了基于颗粒间平行连接模型的储层微裂纹形成机制,获取了任一时间步长内的弹性力及弹性力矩增量表达式。在此基础上,给出了颗粒间平行连接断裂的张拉失效和剪切失效判据公式。

(3) 随着最小水平主应力、颗粒法向接触刚度、颗粒法向及切向连接强度的增大,起裂压力近似呈线性增加而最大缝长、最大缝宽呈减小趋势。最大水平主应力、颗粒切向接触刚度对起裂压力、缝长、缝宽的影响甚微。

## 参考文献

- [1] ADACHI J, SIEBRITS E, PEIRCE A. Computer simulation of hydraulic fractures [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2007, 44: 739-757.
- [2] JACQUES H, BRIAN D W, ANTONIN S. Modeling the propagation of waterflood-induced hydraulic [J]. *SPE Journal*, 1980, 20 (04): 293-303.
- [3] ANTONIN S, MICHAEL P C. Development and testing of a pseudo-three-dimensional model of hydraulic fracture geometry[J]. *SPE Production & Operations*, 1986, 1(06): 449-466.
- [4] RAHIM Z, HOLDITCH S A. Using a three-dimensional concept in a two-dimensional model to predict accurate hydraulic fracture dimensions[J]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 1995, (13): 15-27.
- [5] ZILLUR R, HOLDITCH S A. The effects of mechanical properties and selection of completion interval upon the created and propped fracture dimension in layered reservoirs[J]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 1995, (13): 29-45.
- [6] LECAMPION B, DESROCHES J. Simultaneous initiation of multiple transverse hydraulic fractures from a horizontal well [C]. // the 48th U. S. Rock Mechanics/Geomechanics Symposium. Texas, USA: American Rock Mechanics Association, 2014: 1-20.
- [7] 程远方, 王桂华, 王瑞和. 水平井水力压裂增产技术中的岩石力学问题[J]. *岩石力学与工程学报*, 2004, 23(14): 2463-2466. [CHENG Y F, WANG G H, WANG R H. Rockmechanics problems in horizontal well fracturing[J]. *Chinese Journal of Rock mechanics and Engineering*, 2004, 23(14): 2463-2466.]
- [8] 张广清, 陈勉. 水平井水力压裂裂缝非平面扩展模型研究[J]. *工程力学*, 2006, 23(4): 160-165. [ZHANG G Q, CHEN M. Non-planar propagation of hydraulic fracture around horizontal well-bole[J]. *Engineering Mechanics*, 2006, 23(4): 160-165.]
- [9] 张广明, 刘合, 张劲, 等. 水平井水力压裂的三维有限元数值模拟研究[J]. *工程力学*, 2011, 28(2): 101-106. [ZHANG G M, LIU H, ZHANG J, et al. Three-dimensional finite element numerical simulation of horizontal well hydraulic fracturing[J]. *Engineering Mechanics*, 2011, 28(2): 101-106.]
- [10] 张广明, 刘合, 张劲. 油井水力压裂流—固耦合非线性有限元数值模拟[J]. *石油学报*, 2009, 30(1): 113-116. [ZHANG G M, LIU H, ZHANG J. Simulation of hydraulic fracturing of oil well based on fluid-solid coupling equation and non-linear finite element [J]. *Acta Petrolei Sinica*, 2009, 30(1): 113-116.]
- [11] 张搏, 李晓, 王宇, 等. 油气藏水力压裂计算模拟技术研究现状与展望[J]. *工程地质学报*, 2015, 23(02): 301-310. [ZHANG B, LI X, WANG Y, et al. Current status and prospect of computer simulation techniques of hydraulic fracturing oil and gas field[J]. *Journal of Engineering Geology*, 2015, 23(02): 301-310.]
- [12] 曾青冬, 姚军. 基于颗粒流的页岩破裂机理试验研究[J]. *石油钻探技术*, 2015, 43(01): 33-37. [ZENG Q D, YAO J. Experiment of shale failure mechanism based on particle flow theory[J]. *Petroleum Drilling Techniques*, 2015, 43(01): 33-37.]
- [13] CUNDALL P A, STRACK O D L. A discrete numerical model for granular assemblies[J]. *Geotechnique*, 1979, (29): 47-65.
- [14] Itasca Consulting Group. PFC 3D theory and background[M]. Minnesota: Itasca Consulting Group, 2008: 1-377.
- [15] TSUJI Y, KAWAGUCHI T, TANAKA T. Discrete particle simulation of two-dimension al fluidized bed[J]. *Powder Technology*, 1993, 77: 79-87.
- [16] POTAPOV A H M, CAMPBELL C. Liquid solid flows using smoothed particle hydrodynamics and the discrete element method[J]. *Powder Technology*. 2001, 116: 204~ 213.
- [17] JACKSON R. Locally averaged equations of motion for a mixture of identical spherical particles and a Newtonian fluid [J]. *Chemical Engineering Science*, 1997, 52 (15): 2457-2469.

- [18] 孙锋, 张顶立, 陈铁林, 等. 土体劈裂注浆过程的细观模拟研究[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(3): 474–480. [SUN F, ZHANG D L, CHEN T L, et al. Meso-mechanical simulation of fracture grouting in soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(3): 474–480.]
- [19] AL-BUSAIDI A, HAZZARD J F, YOUNG R P. Distinct element modeling of hydraulically fractured Lac du Bonnet granite[J]. Journal of Geophysical Research, 2005, 1–14.
- [20] SHIMIZU H, MURATA S, ISHIDA T. The distinct element analysis for hydraulic fracture in hard rock considering fluid viscosity and particle size distribution[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2011, (48): 712–727.
- [21] WANG T, ZHOU W, CHEN J, et al. Simulation of hydraulic fracturing using particle flow method and application in a coal mine[J]. International Journal of Coal Geology, 2014, (121): 1–13.
- [22] 王涛, 周炜波, 徐大朋, 等. 基于光滑节理模型的岩体水力压裂数值模拟[J]. 武汉大学学报(工学版), 2016, 49(04): 500–508. [WANG T, ZHOU W B, XU D P, et al. Numerical simulation of hydraulic fracturing of rock mass based on smooth joint model [J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2016, 49(04): 500–508.]
- [23] YOON J S, ZIMMERMANN G, ZANG A. Distinct element modeling of cyclic rate fluid injection at multiple locations in naturally fractured reservoirs[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2015, (74): 15–23.
- [24] ZHANG F S, HUANG L K, YANG L, et al. Numerical investigation on the effect of depletion-induced stress reorientation on infill well hydraulic fracture propagation [J]. Rock Mechanics And Rock Engineering, 2022, 19(1): 296–308.
- [25] ZHOU J, ZHANG L, PAN Z, et al. Numerical investigation of fluid-driven near-borehole fracture propagation in laminated reservoir rock using PFC2D[J]. Journal Natural Gas Science and Engineering, 2016, (36): 719–733.
- [26] JIAN Z, ZHANG L, BRAUN A, et al. Numerical modeling and investigation of fluid-driven fracture propagation in reservoirs based on a modified fluid-mechanically coupled model in two-dimensional particle flow code[J]. Energies, 2016, (09): 1–19.
- [27] JIAN Z, ZHANG L, HAN Z. Hydraulic fracturing process by using a modified two-dimensional particle flow code-method and validation[J]. Progress in Computational Fluid Dynamics, 2017, 17(01): 52–62.
- [28] HAN Z, ZHOU J, ZHANG L. Influence of grain size heterogeneity and in-situ stress on hydraulic fracturing process by PFC2D modeling[J]. Energies, 2018, (11): 1–14.
- [29] 金忠青. N-S方程的数值解和紊流模型[M]. 南京: 河海大学出版社, 1989. [JIN Z Q. Numerical solution of N-S equation and turbulent flow model [M]. Nanjing: Hohai University Press, 1989.]
- [30] 刘洋, 孔戈, 周健. 液化场地地震反应的离散元数值模拟[J]. 地震工程与工程振动, 2011, 31(2): 155–160. [LIU Y, KONG G, ZHOU J. Numerical simulation of earthquake response for liquefiable site using discrete element method[J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2011, 31(2): 155–160.]
- [31] ERGUN S. Fluid flow through packed columns[J]. Chemical Engineering Progress, 1952, 43(2): 89–94.
- [32] 刘洋, 李飞, 柴小庆, 等. 渗流的PFC-CFD耦合细观数值模拟[J]. 水文地质工程地质, 2008, 35(2): 66–70. [LIU Y, LI F, CHAI X Q, et al. A PFC-CFD coupled model in meso-scale for seepage[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2008, 35(2): 66–70.]
- [33] POTYOND D O, CUNDALL P A. A bonded particle model for rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, 41(8): 1329–1364.
- [34] 周健, 周凯敏, 姚志雄, 等. 砂土管涌—滤层防治的离散元数值模拟[J]. 水利学报, 2010, 41(1): 17–24. [ZHOU J, ZHOU K M, YAO Z X, et al. Numerical simulation of piping-filter prevention in sandy soil by discrete element method[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2010, 41(1): 17–24.]
- [35] 张正珺, 刘军, 胡文, 等. 混凝土材料破坏过程的二维离散元模拟[J]. 水力发电学报, 2010, 29(5): 22–27. [ZHANG Z J, LIU J, HU W, et al. Two-dimensional simulation of concrete material fracturing by discrete element method[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2010, 29(5): 22–27.]